

**НАУКОВІ ТА ПРАКТИЧНІ ПРОБЛЕМИ ВИРОБНИЦТВА
ПРИЛАДІВ ТА СИСТЕМ**

УДК 681.326(075)

**МЕТОД УСУНЕННЯ ВЗАЄМНОГО ВПЛИВУ КОНТУРУ
РЕГУЛЮВАННЯ ПОЛОЖЕННЯ Й КОНТУРУ СИНХРОНІЗАЦІЇ
ДЛЯ БАГАТОДВИГУНОВИХ ЕЛЕКТРОПРИВОДІВ**

Лукашенко А.Г., ІЕЗ ім. Є.О. Патона, м Київ, Україна

Пропонується: метод усунення взаємного впливу контуру регулювання положення й контуру синхронізації для електроприводів, що мають декілька електричних двигунів із різними динамічними характеристиками; модель, яка використовує математичне рівняння для варіювання передаточними функціями відповідних корегуючих ланок у цих контурах

Вступ. Постановка задачі

Багато локальних підсистем керування, що вирішують траєкторні задачі, складаються з електродвигунів, перетворюючих та керуючих пристроїв, які об'єднуються під загальною назвою – електропривод. Управління роботою електропривода здійснюється за допомогою електричного блока, який керує електричним перетворювачем або безпосередньо електродвигуном [1-7]. Усі елементи електропривода взаємно пов'язані та в процесі роботи впливають один на одного. До основних недоліків у сучасних локальних підсистемах керування для рішення траєкторних задач за допомогою багатодвигунових електроприводів слід віднести жорсткі вимоги до однакових динамічних характеристик кожного із електродвигунів, чим забезпечується взаємна незалежність контуру регулювання положення й контуру синхронізації [2].

Великий вклад у розв'язання питань побудови локальних підсистем керування, що вирішують траєкторні задачі в промисловості, в тому числі в маніпуляторах при використанні лазерних технологій, внесли відомі вчені: Є.Є. Олександров, В.Д. Байков, В.М. Бродовський, Є.С. Іванов, Ю.Т. Костенко, І.В. Кузьмін, Б.І. Мокін, А.М. Оранський, К.Д. Жук та ін.

Проте, недостатньо освітлені питання, про забезпечення взаємної незалежності контуру регулювання положення й контуру синхронізації при використанні багатодвигунових електроприводів.

Отже, забезпечення скорочення часу налагодження систем керування траєкторіями переміщення маніпуляторів за допомогою багатодвигунових електроприводів та низької вартості цієї системи є актуальною задачею [2].

Основна частина

Найбільш розповсюдженими за технологічною сутністю до розроблюваного електроприводу є дводвигунові, кожний із яких керується. До основних керуючих складових відносяться: датчики положення та швидкості; регулятори стру-

му; регулятори положення та розузгодження за положенням відповідно; задатчики положення та розузгодження за положенням відповідно; регулятор швидкості та регулятор розузгодження по швидкості відповідно; суматори; інвертори [3].

За допомогою регуляторів струму, що реалізують частотно-струмове управління, забезпечується керування силовою тягою лінійних двигунів пропорційно вхідним сигналам регуляторів струму.

Нехай W_{I1} , W_{I2} , W_{D1} , W_{D2} – передаточні функції першого і другого регуляторів струму, першого і другого електродвигунів відповідно.

Тоді співвідношення між силою тяги двох лінійних двигунів і вхідним сигналом регулювання струму має вигляд

$$\begin{aligned} W_{I1} W_{D1} &= K_1/(m_1 p), \\ W_{I2} W_{D2} &= K_2/(m_2 p) \end{aligned} \quad (1)$$

де K_1 , K_2 – коефіцієнти, що визначають співвідношення між силою тяги лінійного двигуна і вхідним сигналом регулювання струму;

m_1 , m_2 – рухомі маси, які переміщують електродвигуни відповідно.

При огляді сучасних маніпуляторів, що випускаються промисловістю використовуються методи, які здійснюють підбір електродвигунів з однаковими динамічними характеристиками, це займає багато часу й збільшує кількість електродвигунів для перебору, що значно впливає на собівартість складних автоматизованих систем переміщення в цілому [4].

Крім того, дводвигуновий електропривод часто використовується в лазерних маніпуляторах порталної конструкції, в яких зміна динамічного навантаження на кожен з двигунів відбувається в процесі роботи комплексу при переміщенні коретки з лазерною голівкою по порталі. При цьому вимога до синхронності переміщення залишається [2].

Для вирішення цієї проблемної задачі пропонується метод, який дозволяє забезпечити взаємну незалежність контуру регулювання положення й контуру синхронізації, при використанні електродвигунів не лише з близькими, але й із суттєво різними динамічними характеристиками і навантаженнями.

Основою цього методу є наступне:

- визначення умов для забезпечення взаємної незалежності контурів регулювання положення і синхронізації;
- формування відповідних передаточних функцій;
- введення корегуючих ланок у керуючу морфоструктуру електродвигунів.

Аналіз формули (1) показав, що умови для забезпечення взаємної незалежності контурів регулювання положення і синхронізації визначаються як рівняння

$$K_1/(m_1 p) = K_2/(m_2 p) \quad (2)$$

Відповідні формули (2) значення K_1 , K_2 дозволяють вирішити поставлену задачу.

На рис. 1 представлена функціональна схема дводвигунового електропривода, яка використовується у лінійних приводах подач розроблюваного технологічного обладнання з корегуючими ланками 20 і 21.

На рис. 2 наведена образно - знакова модель цього дводвигунового електропривода у вигляді взаємозв'язаних контурів регулювання положення і синхронізації через відповідні передаточні функції.

З аналізу приведеної моделі витікає, що при виконанні умов рівняння:

$$W_{K1} W_{I1} W_{D1} = W_{K2} W_{I2} W_{D2} \quad (3)$$

де W_{K1} , W_{K2} , W_{I1} , W_{I2} , W_{D1} , W_{D2} – передаточні функції першої і другої корегуючих ланок, першого і другого регуляторів струму, першого і другого електродвигунів, контури регулювання положення і синхронізації стають взаємно незалежними.

Аналіз роботи взаємозв'язаних контурів регулювання положення і синхронізації наглядно підтверджує, що при виконанні необхідних умов (3) забезпечується взаємно незалежне регулювання контурів положення і синхронізації.

Електропривод (рис 1, 2) працює наступним чином.

На управляючий вхід регулятора 9 положення подається сигнал $2S_3$, а на управляючий вхід регулятора 13 розузгодження за положенням – сигнал $2\Delta S_3$,

При цьому S_3 – завдання положення, яке повинно синхронно відпрацьовувати електродвигуни 1 і 5, а ΔS_3 – завдання розузгодження за положенням, яке повинні підтримувати під час руху електродвигуни 1 і 5.

За допомогою датчиків 2 і 6, 3 і 7 вимірюються поточні положення S_1 і S_2 , швидкості переміщення v_1 і v_2 роторів електродвигунів 1 і 5 відповідно.

Відпрацювання завдань дводвигуновим електроприводом здійснюється за рахунок одночасного функціонування контуру регулювання положення і контуру синхронізації наступним чином.

Завдяки першому контуру ротори двигунів 1 і 5 займають положення S_1 і S_2 , середнє значення яких дорівнює S_3 , коли $S_1 + S_2 = 2 S_3$.

За допомогою другого контуру ротори двигунів 1 і 5 займають положення, що задовольняє рівнянню

$$S_2 - S_1 = 2 \Delta S_3.$$

За рахунок одночасного функціонування контурів ротори двигунів 1 і 5 займають положення:

$$\begin{aligned} S_1 &= S_3 - \Delta S_3, \\ S_2 &= S_3 + \Delta S_3. \end{aligned} \quad [2]$$

Незалежність контурів регулювання забезпечується відповідним вибором передаточних функцій:

- W_S і W_v , що визначають динаміку контуру регулювання положення,
- $W_{\Delta S}$ і $W_{\Delta v}$, що визначають динаміку контуру синхронізації.

Це дозволяє досягти бажаних характеристик кожного контуру регулювання окремо.

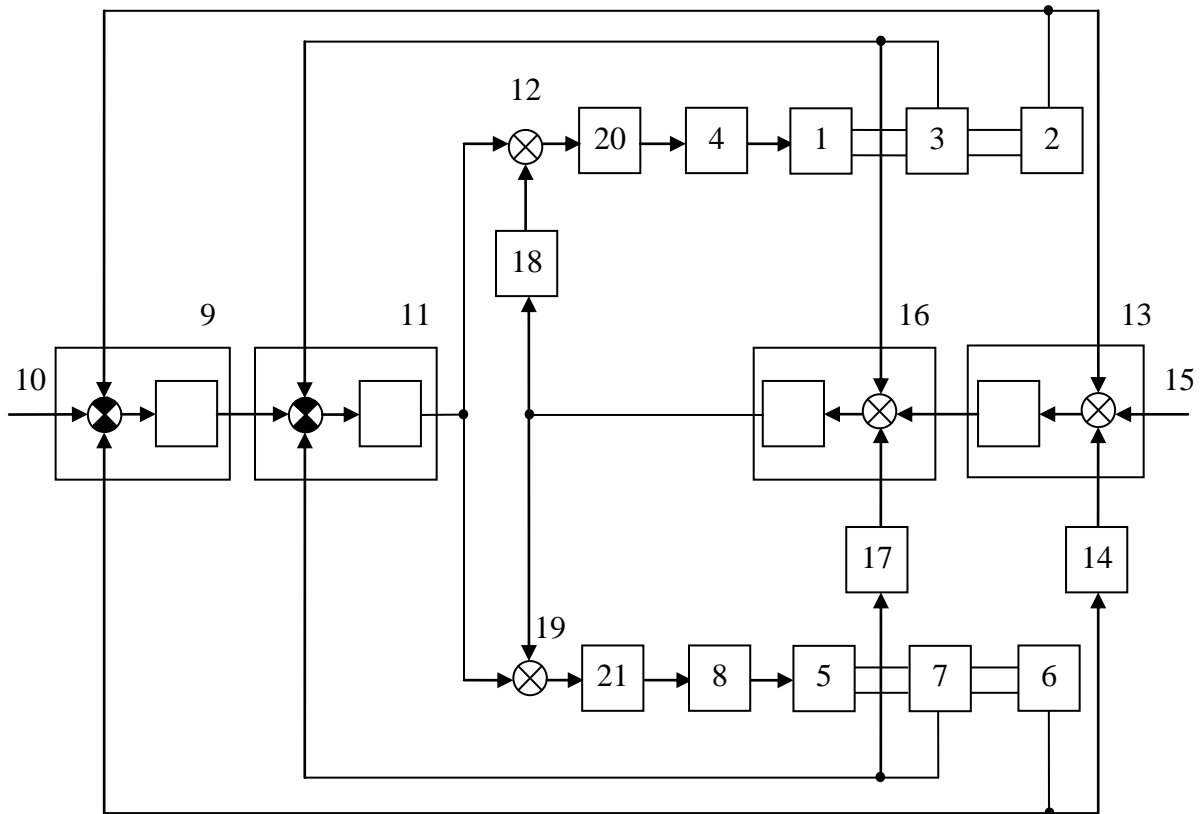


Рис.1. Функціональна схема дводвигунового електропривода:

- 1, 5 – перший та другий двигуни, які керуються;
- 2, 6 – перший та другий датчики положення;
- 3, 7 – перший та другий датчики швидкості;
- 4, 8 – перший та другий регулятори струму;
- 9, 13 – регулятори положення та розузгодження за положенням відповідно;
- 10, 15 – задатчики положення та розузгодження за положенням відповідно;
- 11, 16 – регулятор швидкості та регулятор розузгодження по швидкості відповідно;
- 12, 19 – суматори;
- 14, 17, 18 – інвертори;
- 20, 21 – корегуючі динамічні ланки.

Апробація запропонованого метода усунення взаємного впливу залежності контуру регулювання положення й контуру синхронізації була проведена для дводвигунового електроприводу лазерного технологічного комплексу [5]. В якості керованих двигунів 1 і 5 використовують лінійні синхронні двигуни із частотно-струмовим управлінням, а в якості корегуючих ланок 20 і 21 обираються звичайні підсилювачі.

Згідно рівнянь (1) і (2) передаточні функції корегуючих ланок 20, 21 відповідно є коефіцієнти передачі

$$K_1 = 1,$$

$$K_2 = m_2/m_1 \quad [2]$$

Високі динамічні та статичні характеристики дводвигунового електропривода в цілому підтвердили практичну значимість даного методу.

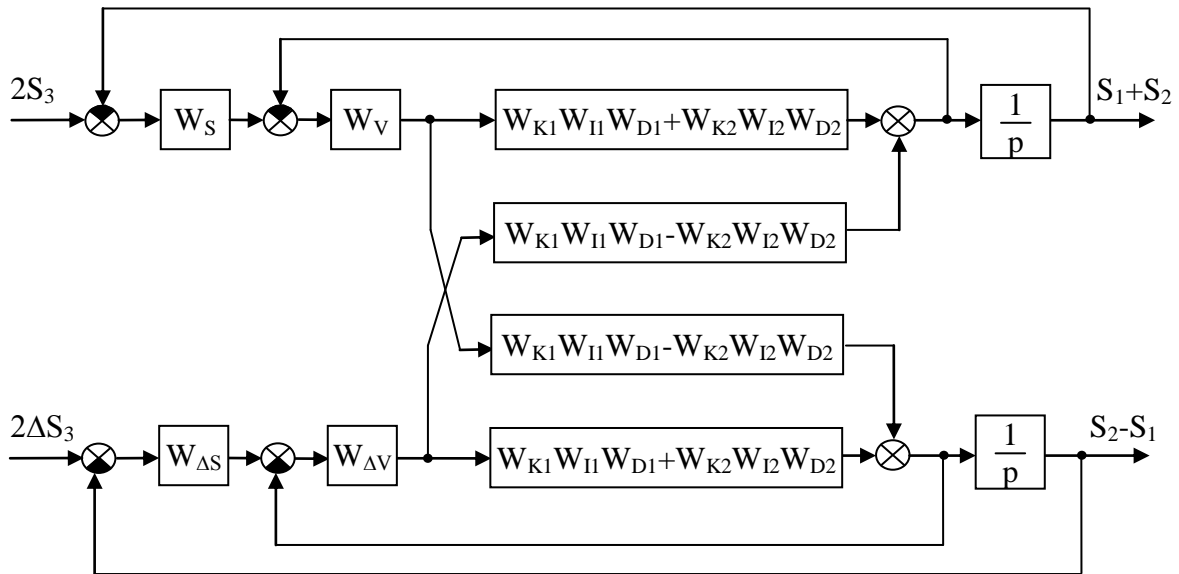


Рис.2. Образно – знакова модель взаємно зв'язаних передаточних функцій дводвигунового електропривода:

- S_1 - положення ротора першого двигуна;
- S_2 - положення ротора другого двигуна;
- S_3 - середнє завдання положення електродвигунів 1, 5;
- ΔS_3 - завдання розузгодженням за положенням, яке повинні підтримувати під час руху електродвигуни 1, 5;
- W_{K1}, W_{K2} - передаточні функції корегуючих ланок 20, 21 відповідно;
- W_{I1}, W_{I2} - передаточні функції регуляторів 4 і 8 відповідно;
- W_{D1}, W_{D2} - передаточні функції електродвигунів 1, 5 відповідно;
- $W_S, W_V, W_{\Delta S}, W_{\Delta V}$ - передаточні функції перетворювачів сигналів, що входять в блоки 9,11,13,16 відповідно.

Висновки

1. Запропоновано метод усунення взаємної залежності контуру регулювання положення й контуру синхронізації для багатодвигунових електроприводів. Відмінною рисою цього методу є:

- простота реалізації;

- скорочення часу налагодження багатодвигунових електроприводів.

2. Запропоновано математичне рівняння, яке характеризує умови вибору передаточних функцій, що дозволяє забезпечувати взаємну незалежність контуру регулювання положення і контуру синхронізації при використанні електричних двигунів із суттєво різними динамічними характеристиками.

3. Запропонована образно-знакова модель взаємно зв'язаних передаточних функцій дводвигунового електропривода, яка наглядно підтверджує напрямок варіювання передаточними функціями відповідних корегуючих ланок у контуру положення й контуру синхронізації

4. Завдяки методу зменшується вартість технологічних комплексів, які їх використовують, значно поширюється галузь застосування багатодвигунових електроприводів, що також сприяє збільшенню конкурентоспроможності на ринку збуту.

Таким чином, введення у морфоструктуру дводвигунового електроприводу корегуючих ланок і відповідний вибір їх передаточних функцій дозволяє забезпечити взаємну незалежність контуру регулювання положення і контуру синхронізації при використанні електродвигунів не тільки з близькими, але й із суттєво різними динамічними характеристиками, які мають не лише окреме управління, але й несуть спільне механічне навантаження.

Отже, завдячуючи такій побудові електроприводу доцільно оцінити ступінь керованості напівавтоматичним маніпулятором, у конструкції якого його застосовують, і точності його рухів.

Література

1. Пат. 4491. МПК H02P7/42 Устройство для формирования опорных сигналов управления синхронным двигателем / М.И. Ярославцев, В.И. Попов, А.Г. Лукашенко // - №4490467; Заявл. 06.10.88; Опубл. 27.12.94; Бюл. №6 - 4с.
2. Пат. 3182. МПК H02P7/49 Двдвигунний електропривод / М.И. Ярославцев, В.И. Попов, А.Г. Лукашенко // - №490827 ; Заявл. 23.04.91; Опубл. 26.12.94; Бюл. №5 - 4с.
3. Способ регулирования многокоординатного электропривода сварочного автомата. А.с. 2233465 G05B19/41. Букреев В.Г., Гусев Н.В. - № 200232 993/09; Опубл. 2004.07.27; Бюл. №32.
4. Лукашенко А.Г., Лукашенко В.М. Быстродействующий привод для современных прецизионных технологических комплексов // Вісник ЧІПІ. – 1999. – № 2. – С. 73-75.
5. Лукашенко А.Г., Лукашенко В.М. Многодвигательные электроприводы с независимым регулированием линейных перемещений // Вісник Вінницького державного сільськогосподарського інституту. – 1999. – Спец. вип. – С. 138-141.
6. Лукашенко А.Г., Лукашенко В.М. Современный электропривод с частотно-токовым управлением // Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах. – 1999. – № 3. – С. 94-98.
7. Перспективні елементи локальних підсистем керування ВПК верстатів / Лукашенко А.Г., Лукашенко В.М., Лега Ю.Г., Корпань Я.В., Лукашенко М.Г. // Вестник ХНТУ. – 2005. – № 2(22). – С. 174-179.

<p>Лукашенко А.Г. Метод устранения взаимного влияния контура регулирования положения и контура синхронизации для многодвигательных электроприводов</p> <p>Предлагается: - метод устранения взаимного влияния контура регулирования положения и контура синхронизации для электроприводов, которые имеют несколько электрических двигателей с разными динамическими характеристиками;- образно-знаковая модель для двухдвигательного электропривода; - математическое уравнение, подтверждающее возможность варьирования передаточными функциями в соответствующих корректирующих цепях двух контуров для устранения их взаимного влияния.</p>	<p>Lukashenko A.G. Method of removal of the mutual influencing of contour of adjusting of position and contour of synchronization for multimotive electric drive</p> <p>Offered:- method of removal of the mutual influencing of contour of adjusting of position and contour of synchronization for electric drive which have a few electric engines with different dynamic descriptions;- vividly-sign model for twomotive electric drive;- mathematical equalization, confirmative possibility of varying transmission functions in the proper correctings chains of two contours for the removal of their mutual influencing.</p>
---	---

*Надійшла до редакції
21 вересня 2008 року*

УДК 534.1

ПОБУДОВА ДИНАМІЧНИХ МОДЕЛЕЙ ПРУЖНИХ ЕЛЕМЕНТІВ ТЕНЗОРЕЗИСТИВНИХ ВИМІРЮВАЧІВ ЗМІННОГО ТИСКУ. ЧАСТИНА II

Тихан М.О., Національний університет "Львівська політехніка", м. Львів, Україна

Побудовані динамічні моделі так званих вторинних пружних елементів тензометричних вимірювачів змінного тиску у формі інтегральних рівнянь Вольтерра, що дозволяє найбільш ефективно аналізувати динаміку цих елементів при довільній формі вхідного сигналу

1. Вступ

Нагадаємо, що в ч. I [1] наголошувалось на тому, що в умовах істотних термовпливів, для зменшення температурної залежності тензорезистивних вимірювачів тиску самі тензорезистори намагаються "ізолювати" від зони найбільшого впливу температури. З цією метою тензорезистори розташовують на так званих вторинних пружних елементах, що спряжені з первинною мембраною, а внутрішню порожнину вимірювача примусово охолоджують.

Очевидно, що для раціонального проектування таких вимірювачів, причому орієнтованих на вимірювання змінного тиску, доцільно мати інженерно зручні математичні залежності, що описують динаміку пружних елементів.

Також нагадаємо, що найчастіше вторинні пружні елементи намагаються проектувати у формі канонічних тіл, а саме- мембран, балок, стержнів, кілець.

2. Динамічні моделі вторинних пружних елементів

2.1. Динаміка вторинного пружного елемента у формі двоопорної балки

У вимірювачів з вторинним пружним елементом у формі двоопорної балки,

деформація первинної мембрани від вимірюваного тиску $p(t)$ передається на балку за посередництвом жорсткого штока, що з'єднує центри пружних елементів (Рис.1).

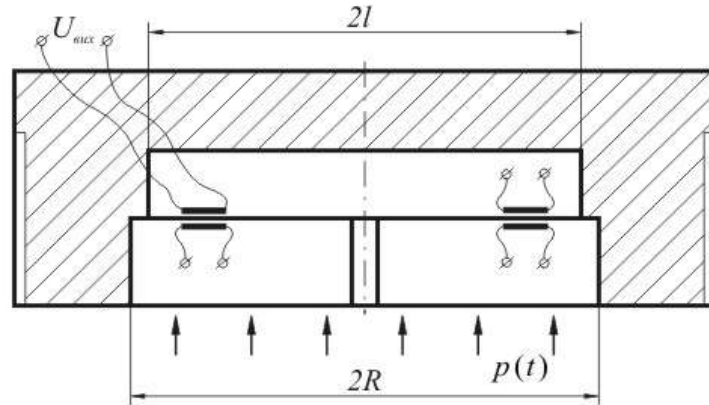


Рис. 1. Тензорезистивний вимірювач змінного тиску з вторинним пружним елементом у формі двоопорної балки

Оскільки принцип роботи такого елемента аналогічний до роботи вторинного елемента у формі мембрани (див. ч.І [1]), то деформація вторинної двоопорної балки становитиме

$$y(t, x) = y_n(t, x) + y_e(t, x) \quad (1)$$

У цьому випадку схеми навантаження вторинного пружного елемента при переносній і власній деформаціях подані Рис.2. а) і б) відповідно.

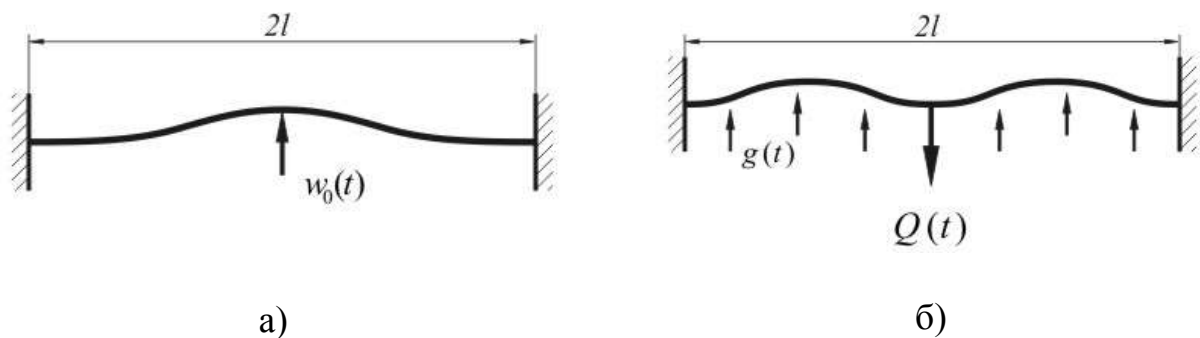


Рис. 2. Схеми деформацій вторинної балки
а) переносна складова деформації; б) відносна (власна) деформація.

Переносна складова деформації є синфазна з деформацією первинної мембрани і складає

$$y_n(t, x) = 4w_0(t) \left(3 \frac{x^2}{(2l)^2} - 4 \frac{x^3}{(2l)^3} \right) \quad (2)$$

де l – половина довжини вторинної балки, $0 \leq x \leq l$, де $w_0(t)$ – прогин центра балки, що співпадає з прогином центра первинної мембрани.

Як вже показувалось (див. ч. I), прогин центра первинної мембрани становить

$$w_0(t) = \sum_{n=0}^{\infty} \Phi_n(0) \cdot \frac{\tilde{\xi}_n}{\tilde{\eta}_n} \int_0^t p(\tau) \cdot e^{-\beta(t-\tau)} \sin(\tilde{\eta}_n(t-\tau)) d\tau \quad (3)$$

Враховуючи це для (2), маємо

$$y_n(x,t) = 4 \left(3 \frac{x^2}{(2l)^2} - 4 \frac{x^3}{(2l)^3} \right) \sum_{n=0}^{\infty} \Phi_n(0) \frac{\tilde{\xi}_n}{\tilde{\eta}_n} \int_0^t p(\tau) e^{-\beta(t-\tau)} \sin(\tilde{\eta}_n(t-\tau)) d\tau \quad (4)$$

Оскільки при відносних коливаннях центр вторинної балки відносно штока нерухомий, то власна складова для вторинного пружного елемента у вигляді двоопорної балки (для $0 \leq x \leq l$) опишеться рівнянням

$$\frac{EI}{m_l} \frac{\partial^4 y_a(x,t)}{\partial x^4} + \frac{\partial^2 y_a(x,t)}{\partial t^2} + 2\hat{\beta} \frac{\partial y_a(x,t)}{\partial t} = \frac{g(t)}{m_l} \quad (5)$$

де
$$g(t) = \frac{m \cdot \ddot{w}_0(t)}{l} = m_l \cdot \ddot{w}_0(t) \quad (6)$$

сила, яка розподілена по довжині l вторинної балки і є інерційною силою, що діє на вторинний пружний елемент з питомою масою m_l при його переносному русі; $\hat{\beta}$ – коефіцієнт демпфування коливань балки; I – момент інерції перерізу балки; E – модуль пружності її матеріалу.

Розв'язок (5) шукаємо у вигляді ряду

$$y_e(x,t) = \sum_{n=0}^{\infty} \varphi_n(x) \cdot T_n(t) \quad (7)$$

при межових і початкових умовах

$$y_e(x,t) = \frac{\partial y_e(x,t)}{\partial x} = 0 \quad \text{при } x=0 \text{ і } x=l \quad (8)$$

$$y_e(x,t) = \frac{\partial y_e(x,t)}{\partial t} = 0 \quad \text{при } t=0 \quad (9)$$

Власну функцію $\varphi_n(x)$ шукаємо у вигляді суми функцій Крилова

$$\varphi_n(x) = A \cdot U_n(k_n \cdot x) + B \cdot V_n(k_n \cdot x) \quad (10)$$

де A і B – деякі сталі, $U_n(k_n \cdot x)$ і $V_n(k_n \cdot x)$ – функції Крилова, $k_n = \frac{f_n}{l}$, f_n – власні значення відповідної межової задачі.

Враховуючи умови (8) і (9) для (10), маємо

$$\left. \begin{aligned} A \cdot U_n(k_n \cdot l) + B \cdot V_n(k_n \cdot l) &= 0 \\ A \cdot T_n(k_n \cdot l) + B \cdot U_n(k_n \cdot l) &= 0 \end{aligned} \right\}$$

звідки отримуємо

$$U_n^2(f_n) - T_n(f_n) \cdot V_n(f_n) = 0 \quad (11)$$

З (11) отримуємо власні значення $f_n = k_n \cdot l$.

В якості власних функцій беремо

$$\varphi_n(k_n \cdot x) = \frac{U_n^2(f_n)}{V_n(f_n)T_n(f_n)} \left[U_n(k_n \cdot x) - \frac{U_n(f_n)}{V_n(f_n)} V_n(k_n \cdot x) \right] \quad (12)$$

Як відомо система (12) на відрізку $(0..l)$ є ортогональною, тобто

$$\int_0^l \varphi_n(k_n \cdot x) \cdot \varphi_m(k_m \cdot x) = \begin{cases} 0 & \text{ї дè } m \neq n \\ 1 & \text{ї дè } m = n \end{cases}$$

Підставляючи (12) в (7) і далі в (5), отримуємо

$$c_1^4 \cdot k_n^4 \cdot \varphi_n(k_n x) \cdot T_n(t) + \varphi_n(k_n x) \cdot T_n''(t) + 2\hat{\beta} \cdot \varphi_n(k_n x) \cdot T_n'(t) = \frac{g(t)}{m_l} \quad (13)$$

де $c_1^4 = \frac{EI}{m_l}$.

Помноживши (13) на $\varphi_m(k_m x)$, та інтегруючи від 0 до l , з урахуванням ортогональності (12) отримуємо

$$\mathcal{G}_n^2 T_n(t) + T_n''(t) + 2\hat{\beta} \cdot T_n'(t) = \frac{2g(t)}{m_l} \psi_n(f_n) \quad (14)$$

де
$$\mathcal{G}_n^2 = c_1^4 \cdot \frac{f_n^4}{l^4}, \quad (15)$$

-власна частота вільних коливань (без згасання власних коливань), а

$$\psi_n(f_n) = \frac{U_n^2(f_n)}{V_n(f_n)T_n(f_n)} \left[\frac{l \cdot V_n(f_n)}{f_n} - \frac{U_n(f_n)}{V_n(f_n)} \left(\frac{l \cdot S_n(f_n)}{f_n} - 1 \right) \right] \quad (16)$$

Покладаючи, що $\mathcal{G}_n^2 > \hat{\beta}^2$, і враховуючи (6), розв'язок (14) запишеться у вигляді

$$T_n(t) = \frac{\psi_n(f_n)}{\hat{\eta}_n} \int_0^t \ddot{w}_0(\tau) \cdot e^{-\hat{\beta}(t-\tau)} \cdot \sin(\hat{\eta}_n(t-\tau)) d\tau$$

де
$$\hat{\eta}_n = \sqrt{\mathcal{G}_n^2 - \hat{\beta}^2} \quad (17)$$

Тоді динаміка вторинного перетворювача у вигляді двоопорної балки опишеться сумою таких інтегральних рівнянь Вольєра

$$y(x,t) = \left(3 \frac{x^2}{(2l)^2} - 4 \frac{x^3}{(2l)^3} \right) \sum_{n=0}^{\infty} \Phi_n(0) \frac{\tilde{\xi}_n}{\tilde{\eta}_n} \int_0^t p(\tau) e^{-\beta(t-\tau)} \sin(\tilde{\eta}_n(t-\tau)) d\tau + \sum_{n=0}^{\infty} \varphi_n(k_n x) \cdot \frac{\psi_n(f_n)}{\hat{\eta}_n} \int_0^t \ddot{w}_0(\tau) \cdot e^{-\hat{\beta}(t-\tau)} \cdot \sin(\hat{\eta}_n(t-\tau)) d\tau \quad (18)$$

2.2. Динаміка вторинного пружного елемента у формі консольної балки

З метою зменшення інерційної маси в практиці проектування вимірювачів тиску з двопружною системою механічних перетворювачів доволі ефективними є конструкції з вторинними пружними елементами у вигляді балок, що безпосередньо з'єднані з мембраною. При цьому, для покращення метрологічних характеристик балки мають спеціально розраховані геометричні параметри і їх

розташовують під певним кутом до мембрани, а точка прикріплення вільного кінця балки до мембрани є на певній відстані від її центра (Рис.3) [2].

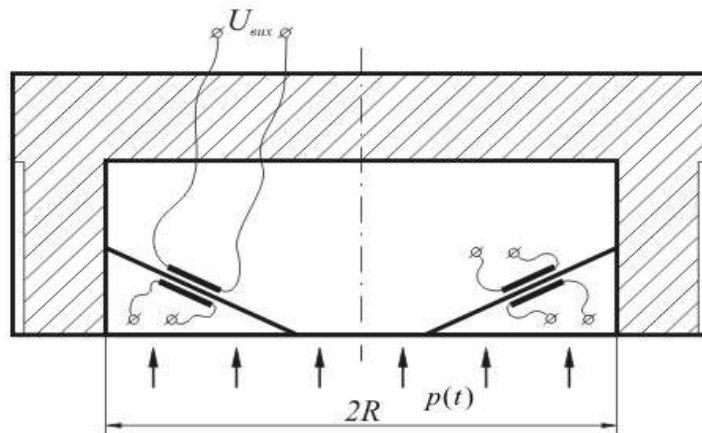


Рис.3. Тензорезистивний вимірювач змінного тиску з вторинними пружними елементами у формі консольних балок

Завдяки такому розташуванню і спеціально розрахованим співвідношенням геометричних розмірів та координати прикріплення до мембрани, спрощується система навантаження балки [2].

У цьому випадку переносні коливання балки є синфазними з коливаннями первинної мембрани і описуються рівнянням

$$\tilde{y}_n(x,t) = w_0(t) \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right)^2 \frac{3}{l^3} \left(\frac{lx^2}{2} - \frac{x^3}{6}\right)$$

де r - координата місця прикріплення кінця балки до мембрани з радіусом R , а $w_0(t)$ - прогин центра первинної мембрани.

Враховуючи (3) маємо

$$\begin{aligned} \tilde{y}_n(x,t) = & \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right)^2 \frac{3}{l^3} \left(\frac{lx^2}{2} - \frac{x^3}{6}\right) \times \\ & \times \sum_{n=0}^{\infty} \Phi_n(0) \frac{\tilde{\xi}_n}{\tilde{\eta}_n} \int_0^t p(\tau) e^{-\beta(t-\tau)} \sin(\tilde{\eta}_n(t-\tau)) d\tau \end{aligned} \quad (19)$$

Відносні коливання балки опишуться рівнянням аналогічним до (5), тобто

$$\frac{EI}{m_l} \frac{\partial^4 \tilde{y}_a(x,t)}{\partial x^4} - \frac{N}{m_l} \frac{\partial^2 \tilde{y}_a(x,t)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \tilde{y}_a(x,t)}{\partial t^2} + 2\hat{\beta} \frac{\partial \tilde{y}_a(x,t)}{\partial t} = \frac{g(t)}{m_l} \quad (20)$$

$$\text{де} \quad g(t) = \frac{m \cdot \ddot{w}_0(t) \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right)^2}{l} = m_l \cdot \ddot{w}_0(t) \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right)^2 \quad (21)$$

сила, яка розподілена по довжині l вторинної балки і є інерційною силою, що

діє на вторинний пружний елемент з питомою масою m_l при його переносному русі; N – стискаюча сила в площині балки, $\hat{\beta}$ – коефіцієнт демпфування коливань балки; I – момент інерції перерізу балки; E – модуль пружності її матеріалу.

Методика отримання розв’язку (20) цілком аналогічна до розв’язку (5). Тому, опускаючи проміжні викладки, отримуємо, що динаміка вторинного пружного елемента у вигляді консольної балки опишеться такою сумою інтегральних рівнянь Вольтерра

$$\begin{aligned} \tilde{y}(x,t) = & \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right)^2 \frac{3}{l^3} \left(\frac{lx^2}{2} - \frac{x^3}{6}\right) \sum_{n=0}^{\infty} \Phi_n(0) \frac{\tilde{\zeta}_n}{\tilde{\eta}_n} \int_0^t p(\tau) e^{-\beta(t-\tau)} \sin(\tilde{\eta}_n(t-\tau)) d\tau + \\ & + \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right)^2 \sum_{n=0}^{\infty} \varphi_n(k_n x) \cdot \frac{\psi_n(f_n)}{\hat{\eta}_n} \int_0^t \ddot{w}_0(\tau) \cdot e^{-\hat{\beta}(t-\tau)} \cdot \sin(\hat{\eta}_n(t-\tau)) d\tau \end{aligned} \quad (22)$$

де
$$\hat{\eta}_n = \sqrt{g_n^2 - \hat{\beta}^2} \quad (23)$$

$$g_n^2 = c_1^4 \cdot \frac{f_n^4}{l^4} \left(1 - \frac{N}{N_{кр}}\right), \quad (24)$$

$N_{кр} = \frac{\pi^2 EI}{0,25l^2}$ – ейлерова критична сила при втраті стійкості балки з защемленими краями.

Виходячи з системи закріплення балки, функції $\varphi_n(x)$ і $\psi_n(x)$ матимуть вигляд

$$\begin{aligned} \varphi_n(k_n \cdot x) = & \frac{U_n^2(f_n)}{V_n(f_n)T_n(f_n)} \left[U_n(k_n \cdot x) - \frac{U_n(f_n)}{V_n(f_n)} V_n(k_n \cdot x) \right] \\ \text{і} \quad \psi_n(f_n) = & \frac{U_n^2(f_n)}{V_n(f_n)T_n(f_n)} \left[\frac{l \cdot V_n(f_n)}{f_n} - \frac{U_n(f_n)}{V_n(f_n)} \left(\frac{l \cdot S_n(f_n)}{f_n} - 1 \right) \right] \end{aligned}$$

2.3. Динаміка вторинного пружного перетворювача у вигляді стержня

Для розширення частотного діапазону вимірюваного тиску в практиці проектування вимірювачів використовують вторинні пружні елементи у вигляді вертикально розташованого стержня (Рис.4).

Динаміка такого елемента опишеться рівнянням

$$\hat{y}(x,t) = w_0(t) + \hat{y}_a(x,t) \quad (25)$$

де $\hat{y}_a(x,t)$ – відносні коливання точок стержня відносно переміщення центра мембрани $w_0(t)$.

У свою чергу, переміщення $\hat{y}_a(x,t)$ є розв’язком рівняння

$$\frac{\partial^2 \hat{y}_a(x,t)}{\partial t^2} + 2\beta \frac{\partial \hat{y}_a(x,t)}{\partial t} - \frac{ES}{\mu} \frac{\partial^2 \hat{y}_a(x,t)}{\partial x^2} = \frac{g(t)}{\mu} \quad (26)$$

де $g(t) = m \cdot \ddot{w}_0(t)$, $\mu = \frac{m}{l}$ – погонна маса стержня довжиною l ; E – модуль пружності; S – площа поперечного перерізу стержня.

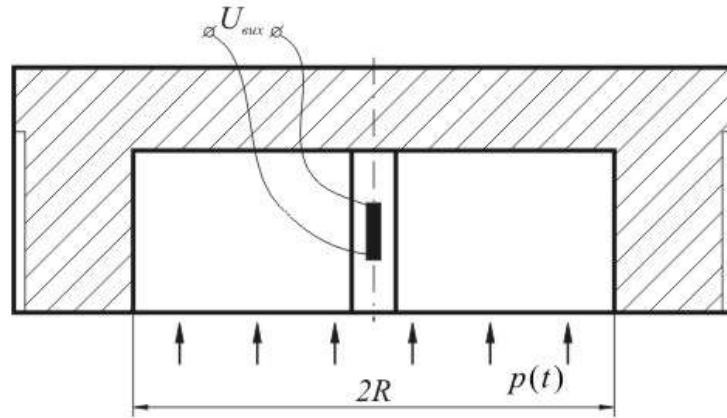


Рис. 4. Тензорезистивний вимірювач змінного тиску з вторинним пружним елементом у формі стержня

Розв'язок (26) шукаємо у вигляді ряду

$$\hat{y}_a(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \theta_n(x) \cdot T_n(t) \quad (27)$$

при початкових і межових умовах

$$\hat{y}_a(x, t) = \frac{\partial \hat{y}_a(x, t)}{\partial t} = 0 \text{ при } t = 0 \quad (28)$$

$$\hat{y}_a(x, t) = \frac{\partial \hat{y}_a(x, t)}{\partial x} = 0 \text{ і дè } x = 0 \text{ } ^3 x = l \quad (29)$$

Функцію $\theta_n(x)$ шукаємо у вигляді

$$\theta_n(x) = \sin(k_n \cdot x) \quad (30)$$

де

$$k_n = \frac{n}{l} \pi, \quad (31)$$

і $f_n = k_n l$ – власні значення відповідної межевої задачі.

Підставляючи (30) в (27) і далі в (26), отримуємо

$$\theta_n(k_n x) \cdot T_n''(t) + 2\beta \cdot \theta_n(k_n x) \cdot T_n'(t) + \frac{ES}{\mu} k_n^2 \cdot \theta_n(k_n x) T_n(t) = \frac{g(t)}{\mu} \quad (32)$$

За аналогією до попереднього, помножуючи (32) на $\theta_m(k_m x)$, інтегруючи від 0 до l і враховуючи ортогональність (30), отримуємо

$$\mathcal{G}_n^2 T_n(t) + T_n''(t) + 2\beta \cdot T_n'(t) = \frac{g(t)}{\mu} \nu_n \quad (33)$$

де $\nu_n = \frac{2}{\pi n} (1 - \cos \pi n)$, а

$$g_n^2 = \frac{ES}{\mu} k_n^2, \tag{34}$$

Покладаючи, що $g_n^2 > \hat{\beta}$, розв'язок (33) запишеться у вигляді

$$T_n(t) = \frac{v_n}{\eta_n \cdot \mu_0} \int_0^t g(\tau) \cdot e^{-\beta(t-\tau)} \cdot \sin(\eta_n(t-\tau)) d\tau \tag{35}$$

де
$$\eta_n = \sqrt{g_n^2 - \beta^2} \tag{36}$$

Тоді динаміка вторинного перетворювача у вигляді стержня опишеться такою сумою інтегральних рівнянь Вольтерра

$$\begin{aligned} \hat{y}(x,t) = & \sum_{n=0}^{\infty} \Phi_n(0) \int_0^t \tilde{p}_n(\tau) e^{-\beta(t-\tau)} \sin(\tilde{\eta}_n(t-\tau)) d\tau + \\ & + \sum_{n=1}^{\infty} \theta_n(k_n x) \cdot \frac{v_n l}{\eta_n} \int_0^t \ddot{w}_0 \cdot e^{-\beta(t-\tau)} \cdot \sin(\eta_n(t-\tau)) d\tau \end{aligned} \tag{37}$$

3. Висновки

Отримані динамічні моделі вторинних пружних елементів у формі інтегральних рівнянь Вольтерра є інженерно зручними для дослідження роботи цих елементів при будь-якій формі вхідного сигналу.

Крім цього, отримані рівняння дозволяють досить просто проводити оптимізацію параметрів пружних елементів по критерію мінімуму динамічної похибки.

Представлені динамічні моделі та методика їх отримання легко можуть бути використані при проектуванні інших типів вимірювальних приладів і систем.

Література

- 1.Тихан М.О. Побудова динамічних моделей пружних елементів тензорезистивних вимірювачів змінного тиску (Частина I). Приладобудування.-Вісник Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут», №36, 2009. – С.83-88.
- 2.Тихан М.А. Тензомертрический датчик динамического давления. Патент РФ №2040781.- Бюл. №21, 1995. - 4с.

<p>Тихан М.А. Построение динамических моделей упругих элементов тензорезистивных измерителей переменного давления Построены динамические модели так называемых вторичных упругих элементов тензорезистивных измерителей переменного давления в форме интегральных уравнений Вольтерра, что позволяет наиболее эффективно анализировать динамику этих элементов при произвольной форме входного сигнала.</p>	<p>Tykhon M.O. The making elastic elements dynamic models of piezoresistive sensors of change pressure The dynamic models of secondary elastic elements of piezoresistive sensors of change pressure in form of Volterra integral equations has been made. This equations are very handy for analysis of dynamics its elements under any form input.</p>
---	--

*Надійшла до редакції
16 квітня 2008 року*