

ТЕОРІЯ ТА ПРАКТИКА НАВІГАЦІЙНИХ ПРИЛАДІВ І СИСТЕМ

УДК 629.1.05

ГИРОСКОП НАПРАВЛЕНИЯ С ИНТЕГРАЛЬНО - ПОЗИЦИОННОЙ ГОРИЗОНТАЛЬНОЙ КОРРЕКЦИЕЙ НА ВИРАЖЕ

¹⁾Мелешко В.В., ²⁾Скуднева О.В., ¹⁾Национальный технический университет Украины “Киевский политехнический институт”, г. Киев, Украина; ²⁾МГТУ им. Баумана, г. Москва, Россия

Рассматриваются преимущества использования интегрально-позиционной горизонтальной коррекции

Вступление

В авиации, на наземном транспорте давно используется гироскоп направления (ГН) с пропорциональной (позиционной) горизонтальной коррекцией. Недостатком такого ГН является повышенный уход на качке, вираже, при ускорениях объекта из-за возмущения маятника системы коррекции ускорениями движения [1].

В настоящей статье рассматриваются погрешности ГН, в котором в контур горизонтальной коррекции включен интегратор, а весь контур настроен на период колебаний маятника Шулера. Такая настройка дает известный положительный эффект невозмущаемости относительными ускорениями движения объекта, используемый в инерциальных системах. Кроме того, такая система горизонтальной коррекции, как и в инерциальных системах, дает возможность получить информацию о составляющей скорости движения объекта в направлении оси кинетического момента. Если вектор кинетического момента выставлен на север, то это будет северная составляющая скорости. В режиме подготовки целесообразно использовать интегрально-позиционную коррекцию, которая обеспечивает более высокую точность горизонтирования по сравнению с применяемой пропорциональной коррекцией.

Уравнения движения прибора

Для составления уравнений используем следующие системы координат (рис. 1):

- земная географическая опорная система координат $\xi\eta\zeta$, ось ξ направлена на восток, ось η на север, ось ζ - по вертикали,
- связанная с корпусом объекта система координат $x_c y_c z_c$, ось x_c направлена по поперечной оси объекта,
- связанная с кожухом гиromотора система координат $x_1 y_1 z_1$,
- связанная с наружной рамкой система координат $x_2 y_2 z_2$,

- хуз - система осей Резаля, характеризующая направление вектора кинетического момента H , не поворачивающаяся вокруг оси y ни вместе с ротором, ни вместе с кожухом гиromотора.

Положение системы координат $x_c y_c z_c$ относительно $\xi \eta \zeta$ задано углами положения объекта: курса ψ , тангажа ϑ , и крена γ . Положение вектора кинетического момента H в опорной системе координат $\xi \eta \zeta$ задано опорными координатами $\alpha^0, \beta^0, \gamma^0$, а в связанной $x_c y_c z_c$ - относительно α и β .

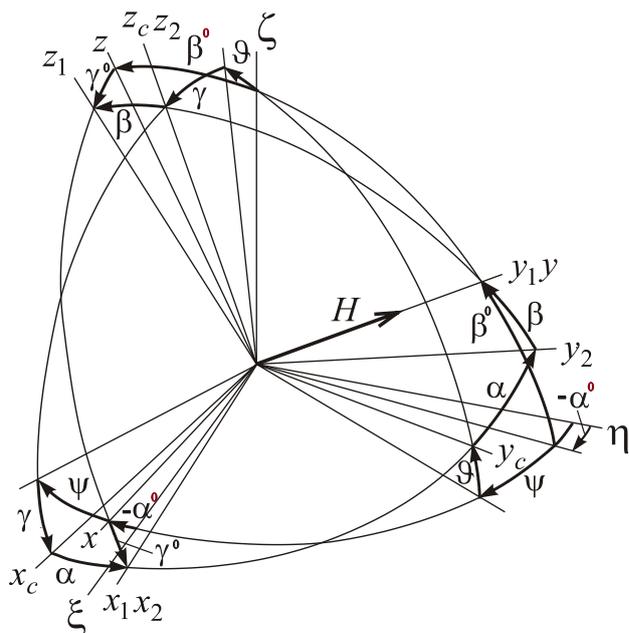


Рис.1. Угловые координаты

Угол α^0 характеризует отклонение вектора H от плоскости меридиана, а угол β^0 - от плоскости горизонта. Угол γ^0 характеризует отклонение оси z_1 от вертикальной плоскости ζy_1 , угол β - угол поворота гиromотора вокруг оси подвеса x_1 .

Рассмотрим прецессионные уравнения движения прибора в опорных координатах и в связанных координатах.

Общий вид уравнений движения ГН приведен в [1]:

$$\dot{\alpha}^0 = -\frac{\omega_z^0}{\cos \beta^0} - \frac{M_{x1}}{H \cos \beta^0} \cos \gamma^0 - \frac{M_{z2}}{H \cos \beta^0 \cos \beta} \sin \gamma^0, \quad (1)$$

$$\dot{\beta}^0 = -\omega_x^0 - \frac{M_{x1}}{H} \sin \gamma^0 + \frac{M_{z2}}{H \cos \beta} \cos \gamma^0;$$

$$\dot{\beta} = -\omega_{x2}^c + \frac{M_{z2}}{H \cos \beta}, \quad (2)$$

$$\dot{\alpha} = -\omega_{z2}^c + \omega_{y2}^c \operatorname{tg} \beta - \frac{M_{x1}}{H \cos \beta}.$$

$$\gamma^0 = \operatorname{arctg} \frac{\sin \varphi \cos(\alpha^0 - \psi) - \sin \vartheta \cos \varphi \sin(\alpha^0 - \psi)}{\cos \vartheta \cos \varphi \cos \beta^0 + \sin \beta^0 [\sin \varphi \sin(\alpha^0 - \psi) + \sin \vartheta \cos(\alpha^0 - \psi) \cos \varphi]} \quad (3)$$

В уравнениях (1) ω_x^0, ω_z^0 , - проекции угловой скорости системы $\xi \eta \zeta$:

$$\begin{aligned}\omega_x^o &= \omega_{x1}^o \cos \gamma^o + \omega_{z1}^o \sin \gamma^o, \\ \omega_z^o &= -\omega_{x1}^o \sin \gamma^o + \omega_{z1}^o \cos \gamma^o.\end{aligned}\quad (4)$$

$$\begin{aligned}\omega_{z1}^o &= \omega_\xi (\cos \alpha^o \sin \gamma^o + \sin \alpha^o \cos \gamma^o \sin \beta^o) + \\ &+ \omega_\eta (\sin \alpha^o \sin \gamma^o - \cos \alpha^o \cos \gamma^o \sin \beta^o) + \omega_\zeta \cos \beta^o \cos \gamma^o; \\ \omega_{x1}^o &= \omega_{x2}^o = \omega_\xi (\cos \alpha^o \cos \gamma^o - \sin \alpha^o \sin \gamma^o \sin \beta^o) + \\ &+ \omega_\eta (\sin \alpha^o \cos \gamma^o + \cos \alpha^o \sin \gamma^o \sin \beta^o) - \omega_\zeta \cos \beta^o \sin \gamma^o.\end{aligned}$$

В уравнениях (2)

$$\begin{aligned}\omega_{z2}^c &= \dot{\psi} \cos \vartheta \cos \varphi + \dot{\vartheta} \sin \varphi + \omega_\xi (\cos \psi \sin \varphi + \sin \psi \cos \varphi \sin \vartheta) + \\ &+ \omega_\eta (\sin \psi \sin \varphi - \cos \psi \cos \varphi \sin \vartheta) + \omega_\zeta \cos \vartheta \cos \varphi; \\ \omega_{y2}^c &= (\dot{\psi} + \omega_\xi) (\sin \vartheta \cos \alpha + \cos \vartheta \sin \alpha \sin \varphi) - \dot{\vartheta} \cos \varphi \sin \alpha + \\ &+ \dot{\varphi} \cos \alpha - (\omega_\xi \cos \psi + \omega_\eta \sin \psi) \cos \varphi \sin \alpha + (-\omega_\xi \sin \psi + \\ &+ \omega_\eta \cos \psi) (\cos \vartheta \cos \alpha - \sin \vartheta \sin \alpha \sin \varphi).\end{aligned}$$

Здесь M_{z2} – момент горизонтальной коррекции, M_{x1} – момент азимутальной коррекции. Предположим, что момент азимутальной коррекции компенсирует видимый и собственный уход гироскопа.

Для ГН с маятниковой системой коррекции при малых γ^o, β^o, β , учитывая, что уход в азимуте определяется, в основном, коррекционным движением (удельная скорость коррекции $\varepsilon = 0.1 \dots 0.01$ рад/с), получим упрощенные уравнения

$$\begin{aligned}\dot{\alpha}^o &= -\dot{\beta}^o \gamma^o, \\ \dot{\beta}^o &= -\omega_x^o + \frac{M_{z2}}{H}.\end{aligned}\quad (5)$$

В настоящей статье впервые рассматриваются все варианты использования интегрально-позиционной горизонтальной коррекции. Момент этой коррекции запишем в виде

$$M_{z2} \equiv M_{z\kappa} = -k(\beta^o - \chi) - k_u \int_0^t (\beta^o - \chi) dt,$$

где k_u – коэффициент передачи интегратора, k – коэффициент передачи пропорциональной (позиционной) коррекции, χ – угол отклонения маятника от вертикали.

Выражная погрешность

В условиях горизонтального движения при отсутствии тангажа $\vartheta = 0$ и малом β^o , представляя угол курса в виде $\psi = \omega_\varepsilon t + \psi_0$, где ω_ε – угловая скорость

виража, ψ_0 - начальное значение курса (в частном случае $\psi_0 = 0$), t - время, положив, для простоты, $\alpha^o = 0$, запишем

$$\gamma^o = \text{arctg} \frac{\sin \varphi_\epsilon \cos(\alpha^o - \psi)}{\cos \varphi_\epsilon} \approx \varphi_\epsilon \cos \omega_\epsilon t, \quad (6)$$

где φ_ϵ - угол крена на вираже (на правильном вираже $\varphi_\epsilon = \frac{-\omega_\epsilon V}{g}$, V - линейная скорость движения).

Из выражений (4) для малых углов γ^o, β^o получим

$$\omega_x^o = \omega_\xi \cos \alpha^o + \omega_\eta \sin \alpha^o.$$

В [1] поведение ГН с пропорциональной (позиционной) системой горизонтальной коррекции рассмотрено без учета переносной угловой скорости. Учтем далее такую скорость.

1. ГН с позиционной горизонтальной коррекцией

Момент горизонтальной коррекции представим в виде

$$M_{\text{зк}} = -k(\beta^o - \chi),$$

$$\chi = \frac{\omega_\epsilon V}{g} \sin(\omega_\epsilon t - \alpha^o). \quad (7)$$

$M_{\text{з2}} = M_{\text{зк}} + M_{\text{н2}}$, $M_{\text{н2}}$ - момент помех.

В итоге запишем

$$\dot{\beta}^o = -(\omega_\xi \cos \alpha^o + \omega_\eta \sin \alpha^o) + \frac{-k(\beta^o - \chi) + M_{\text{н2}}}{H}. \quad (8)$$

Для простоты положим, что $\alpha^o = 0$, т.е. выполнена начальная выставка и уход мал за время виража:

$$\dot{\beta}^o = -\omega_\xi + \frac{-k(\beta^o - \chi) + M_{\text{н2}}}{H} = -\omega_\xi - \varepsilon \left(\beta^o - \frac{\omega_\epsilon V}{g} \sin \omega_\epsilon t \right) + \omega_{\text{д2}}, \quad (9)$$

где $\varepsilon = \frac{k}{H}$ - удельная скорость коррекции, $\omega_{\text{д2}}$ - угловая скорость ухода.

Преобразуем уравнение к стандартному виду:

$$\dot{\beta}^o + \varepsilon \beta^o = -\omega_\xi + \varepsilon \left(\frac{\omega_\epsilon V}{g} \sin \omega_\epsilon t \right) + \omega_{\text{д2}}.$$

$\omega_\xi = -\frac{V_N}{R}$. На вираже $V_N = V \cos(\omega_\epsilon t - \alpha^o)$. Тогда для нашего случая

$$\dot{\beta}^o + \varepsilon \beta^o = -\frac{V \cos \omega_\epsilon t}{R} + \varepsilon \left(\frac{\omega_\epsilon V}{g} \sin \omega_\epsilon t \right) + \omega_{\text{д2}}.$$

Поскольку время виража намного больше постоянной времени коррекции $T = 1/\varepsilon$, рассмотрим частное решение.

Первое слагаемое правой части намного меньше второго, поэтому приближенно решение будет

$$\beta^o = \frac{\varepsilon \omega_g V}{g \sqrt{\omega_g^2 + \varepsilon^2}} \sin(\omega_g t - \lambda) + \frac{\omega_{\partial 2}}{\varepsilon}, \quad \lambda = \arctg \frac{\omega_g}{\varepsilon} \quad (10)$$

Второе слагаемое соответствует статической ошибке из-за возмущающих моментов, которую в последующем рассматривать не будем.

Следуя [1], дифференцированием (9) по времени получим

$$\dot{\beta}^o = \frac{\varepsilon \omega_g^2 V}{g \sqrt{\omega_g^2 + \varepsilon^2}} \cos(\omega_g t - \lambda) \quad (11)$$

С учетом (10) и (6) представим (5) как

$$\dot{\alpha}^o = -\frac{\varepsilon \omega_g^2 V \varphi_0}{g \sqrt{\omega_g^2 + \varepsilon^2}} \cos(\omega_g t - \lambda) \cos(\omega_g t) \quad (12)$$

Преобразуем (12) к виду

$$\dot{\alpha}^o = -\frac{\varepsilon \omega_g^2 V \varphi_g}{2g \sqrt{\omega_g^2 + \varepsilon^2}} [\cos \lambda + \cos(2\omega_g t - \lambda)] \quad (13)$$

Среднее за период для правильного выража ($-\varphi_g = \frac{\omega_g V}{g}$)

$$\langle \dot{\alpha}^o \rangle = \frac{\varepsilon^2 \varphi_g^2 \omega_g}{2(\omega_g^2 + \varepsilon^2)}$$

Численная оценка совпадает с результатами моделирования по системе уравнений (1), (2). Величина ухода составляет около 55 град/ч. Отметим, что в канале азимутальной коррекции действует момент $M_{x1} = -Hu \sin \varphi_s$, φ_s - широта, u - скорость вращения Земли

2. ГН с интегрально-позиционной горизонтальной коррекцией

В этом случае $M_{\varepsilon k} = -k(\beta^o - \chi) - k_u \int_0^t (\beta^o - \chi) dt$, где k_u - коэффициент передачи интегратора.

Уравнение (9) получит вид

$$\dot{\beta}^o = -\omega_\xi + \frac{-k(\beta^o - \chi) - k_u \int_0^t (\beta^o - \chi) dt + M_{n2}}{H} \quad (14)$$

Продифференцировав, получим

$$\ddot{\beta}^o + \varepsilon \dot{\beta}^o + \frac{k_u}{H} \beta^o = -\dot{\omega}_\xi + \varepsilon \dot{\chi} + \frac{k_u}{H} \left(\frac{\omega_g V}{g} \sin \omega_g t \right)$$

Учтем, что $\dot{\omega}_\xi = \frac{\omega_g V}{R} \sin \omega_g t$, $\dot{\chi} = \frac{\omega_g^2 V}{g} \cos \omega_g t$:

$$\ddot{\beta}^o + \varepsilon \dot{\beta}^o + \frac{k_u}{H} \beta^o = -\frac{\omega_g V}{R} \sin \omega_g t + \varepsilon \frac{\omega_g^2 V}{g} \cos \omega_g t + \frac{k_u}{H} \left(\frac{\omega_g V}{g} \sin \omega_g t \right).$$

Если выбрать $\frac{k_u}{H} = \frac{g}{R} = \nu^2$ - квадрат частоты Шулера, то первое и третье слагаемое уничтожатся и получим

$$\ddot{\beta}^o + \varepsilon \dot{\beta}^o + \nu^2 \beta^o = \varepsilon \frac{\omega_g^2 V}{g} \cos \omega_g t.$$

Таким образом, ускорения, возникающие на выраже, не действуют на систему. Возмущение определяется лишь производной от ускорения.

Решение получим в виде

$$\beta^o = \varepsilon \frac{\omega_g^2 V}{g \sqrt{(\nu^2 - \omega_g^2)^2 + \varepsilon^2 \omega_g^2}} \cos(\omega_g t - \mu), \quad \mu = \arctg \frac{\varepsilon \omega_g}{\nu^2 - \omega_g^2}$$

Учитывая, что $\nu \approx 1,24e-3 \frac{1}{c}$, $\omega_g \approx 0,01...0,1 \frac{1}{c}$ отметим: $\nu^2 \ll \omega_g^2$. Тогда

$$\beta^o = \varepsilon \frac{\omega_g V}{g \sqrt{\omega_g^2 + \varepsilon^2}} \cos(\omega_g t - \mu), \quad \mu = \arctg \frac{\varepsilon}{\omega_g}.$$

Производная имеет вид

$$\dot{\beta}^o = -\varepsilon \frac{\omega_g^2 V}{g \sqrt{\omega_g^2 + \varepsilon^2}} \sin(\omega_g t - \mu).$$

Тогда

$$\dot{\alpha}^o = -\frac{\varepsilon \omega_g^2 V \varphi_0}{g \sqrt{\omega_g^2 + \varepsilon^2}} \sin(\omega_g t - \mu) \cos \omega_g t = -\frac{\varepsilon \omega_g^2 V \varphi_0}{2g \sqrt{\omega_g^2 + \varepsilon^2}} [\sin(2\omega_g t - \mu) - \sin \mu]. \quad (15)$$

В результате постоянная составляющая ухода при интегрально-позиционной коррекции

$$\begin{aligned} \langle \dot{\alpha}_{un}^o \rangle &= \frac{\varepsilon V \omega_g^2}{2g \sqrt{\omega_g^2 + \varepsilon^2}} \sin \mu. \\ \operatorname{ctg}^2 \mu + 1 &= \frac{1}{\sin^2 \mu}; \quad \sin \mu = \frac{\omega_g}{\sqrt{\omega_g^2 + \varepsilon^2}}. \\ \langle \dot{\alpha}_{un}^o \rangle &= \frac{\varepsilon V \omega_g^2}{2g \sqrt{\omega_g^2 + \varepsilon^2}} \sin \mu = \frac{\varepsilon \varphi_0 \omega_g^2}{2(\omega_g^2 + \varepsilon^2)}. \end{aligned} \quad (16)$$

Результаты моделирования показывают, что при сохранении прежней удельной скорости позиционной коррекции ($\varepsilon = 0,1 \text{ рад/с}$) и выборе интеграль-

ной коррекции с частотой Шулера, определяющую роль имеет позиционная коррекция, т.е. уход практически тот же.

Можно отметить, что $\langle \dot{\alpha}^o \rangle = m \langle \dot{\alpha}_{un}^o \rangle$, где $m = -\frac{\varepsilon \varphi_\varepsilon}{\omega_\varepsilon} = \frac{\varepsilon V}{g}$. Таким образом,

при $\varepsilon = 0$ уход отсутствует. Это имеет место при переходе к интегральной коррекции.

Использование интегрально-позиционной коррекции с $k_u > H \frac{g}{R}$ нарушает настройку на период Шулера, но дает возможность начального горизонтирования с высокой точностью.

3. ГН с интегральной горизонтальной коррекцией

Уравнение (9) приобретет вид (без учета помех)

$$\dot{\beta}^o = -\omega_\xi - \frac{k_u}{H} \int_0^t (\beta^o - \chi) dt.$$

После дифференцирования с учетом настройки на частоту Шулера

$$\ddot{\beta}^o + \frac{g}{R} \beta^o = -\dot{\omega}_\xi + \frac{g}{R} \left(\frac{\omega_\varepsilon V}{g} \sin \omega_\varepsilon t \right).$$

Подставив $\dot{\omega}_\xi = \frac{\omega_\varepsilon V}{R} \sin \omega_\varepsilon t$, получим уравнение ошибки горизонтирования

$$\ddot{\beta}^o + \frac{g}{R} \beta^o = 0, \quad (17)$$

что говорит о невозмущаемости системы коррекции.

Решение уравнения имеет вид

$$\beta^o = C_1 \cos \nu t + C_2 \sin \nu t.$$

Постоянные интегрирования найдем для таких начальных условий:

при $t=0$ $\beta^o(0) = \beta_0$ $\dot{\beta}^o(0) = -\omega_\xi$. Отсюда $C_1 = \beta_0$, $C_2 = -\omega_\xi / \nu = V/R\nu$.

В результате

$$\beta^o = \beta_0^o \cos \nu t + \frac{V}{R\nu} \sin \nu t = A \sin(\nu t + \mu_2),$$

$$A = \sqrt{\beta_0^o + \frac{V^2}{R^2 \nu^2}}, \quad \mu_2 = \arctg \frac{\beta_0^o R \nu}{V}. \quad (18)$$

Шулеровские колебания присутствуют всегда, поскольку существует начальная угловая скорость сопровождающего базиса.

Производная $\dot{\beta}^o = A \nu \cos(\nu t + \mu_2)$. Скорость азимутального ухода будет

$$\dot{\alpha}^o = -\dot{\beta}^o \gamma^o = -\frac{1}{2} A \nu \varphi_\varepsilon [\cos((\nu - \omega_\varepsilon)t + \mu_2) + \cos((\nu + \omega_\varepsilon)t + \mu_2)].$$

В случае $\beta_0^o = 0$ получим $\mu_2 = 0$ и

$$\dot{\alpha}^o = -\frac{V}{2R} \varphi_6 [\cos((\nu - \omega_6)t) + \cos((\nu + \omega_6)t)].$$

$$\alpha^o = \int_0^t \dot{\alpha}^o dt = \frac{V^2 \omega_6}{2Rg} \left[\frac{1}{\nu - \omega_6} \sin((\nu - \omega_6)t) + \frac{1}{\nu + \omega_6} \sin((\nu + \omega_6)t) \right].$$

Отсюда видно, что α^o имеет вид биений. Численная оценка показывает, что уровень их находится в пределах 0,01 град. Нарастания погрешности не происходит.

4. Моделирование работы прибора

Полученные аналитические оценки являются приближенными, поскольку базируются на приближенных уравнениях движения (5). Моделирование работы прибора на вираже проведено по более точным уравнениям (1-4). На рис.2 показаны графики ошибок прибора с позиционной коррекцией, на рис.3 – графики ошибок прибора с интегральной коррекцией, настроенной на период колебаний Шулера. Уход при позиционной коррекции совпадает с аналитической оценкой. Уход при интегральной коррекции уменьшился на 2 порядка. Шулеровские колебания в горизонтальном канале обусловлены вращением сопровождающего (опорного) трехгранника. Колебания азимутальной погрешности можно объяснить неточностью азимутальной компенсации (только лишь от скорости вращения Земли), а небольшой уход – сложностью движения горизонтального канала.

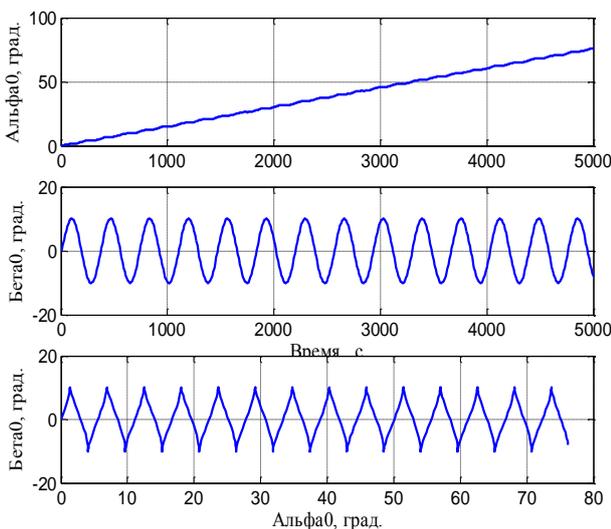


Рис.2. Графики погрешностей при скорости 100 м/с, угловой скорости виража 1 град./с, удельной скорости позиционной коррекции 0,1 1/с

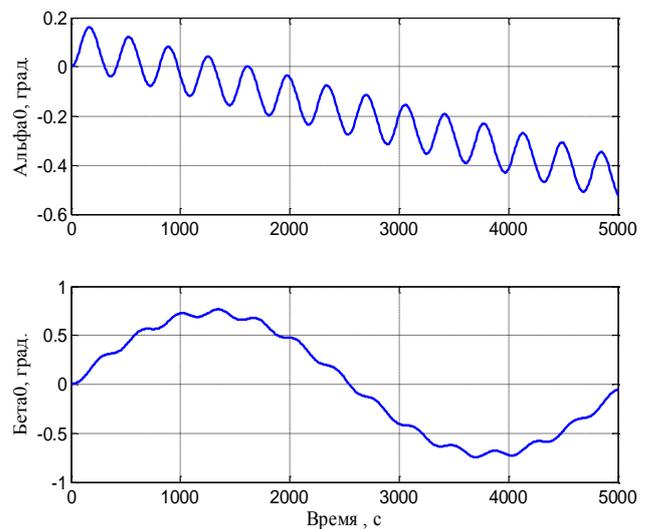


Рис.3. Графики погрешностей на том же вираже при интегральной коррекции с шулеровской настройкой

Выводы

Рассмотрено поведение гироскопа направления с позиционной, интегрально-позиционной и интегральной «шулеровской» горизонтальной коррекцией. Показано, что использование горизонтальной интегральной коррекции с настройкой на период Шулера позволяет практически устранить уход ГН на вираже. Это снимает необходимость отключения коррекции на вираже, которое производится в ГН с позиционной коррекцией.

Можно ожидать, что рассматриваемая в дальнейшем интегральная коррекция позволит уменьшить также погрешности на качке и при ускорениях движения.

Литература

1. Одинцов А.А. Теория и расчет гироскопических приборов. -К.: Вища школа, 1985. - 392с.

<p>Мелешко В.В., Скуднева О.В. Гіроскоп напрямку з інтегрально-позиційною горизонтальною корекцією на віражу Розглянуто роботу приладу з позиційною, інтегрально-позиційною та інтегральною корекцією. Показано, що використання настроєної на період Шулера інтегральної корекції дозволяє практично позбавитись похибок приладу. Вказано, що така корекція дозволить також мати дані про швидкість об'єкта.</p>	<p>Meleshko V.V., Skudneva O.V. Direction gyroscope with integral-position horizontal correction in bank The work of device in a mode position, integral - position and integral horizontal correction in bank are research. It is shown, that use of integral Shuler horizontal correction provide definition of a true course without drift . This correction gives information about aircraft velocity.</p>
--	---

*Надійшло до редакції
21 травня 2009 року*