ГІПОТЕЗИ. НЕСТАНДАРТНІ МЕТОДИ РІШЕННЯ НАУКОВИХ ТА ІНЖЕНЕРНИХ ПРОБЛЕМ ПРИЛАДОБУДУВАННЯ

УДК 621.314

СПЕКТРАЛЬНІ МОМЕНТИ ФУНКЦІЇ РОЗПОДІЛУ

Майстренко В.М., Національний технічний університет України «Кївський політехнічний інститут», м. Київ, Україна

Введено поняття спектральних моментів функції розподілу. Знайдені формули, що зв'язують моменти функції розподілу з її спектральними моментами при певних інтерквантильних проміжках. Також знайдені формули, що, навпаки, зв'язують спектральні моменти функції розподілу з моментами функції розподілу. Знайдені також формули, котрі дозволяють розраховувати спектральні моменти функції розподілу, виходячи з спектра функції розподілу

Вступ

З теорії випадкових процесів відомо [1, 2], що окремі реалізації випадкового процесу відрізняються одна від одної, хоч випадковий процес протікає при незмінних умовах. Передбачити заздалегідь яка реалізація буде в конкретному дослідженні неможливо. Тому намагаються звести випадковий процес до еквівалентного детермінованого процесу. Це здійснюється за допомогою знаходження статистичних даних, що характеризують багато процесів, котрі протікають в однакових умовах. Найпростішою з таких ймовірнісних характеристик є одномірна функція розподілу ймовірностей випадкового процесу (щільність розподілу ймовірностей). Ця функція дає найбільш повне уявлення про випадковий процес. При взаємодії різних випадкових процесів користуються n-мірною функцією розподілу ймовірностей. Але отримання n-мірних щільностей розподілу ймовірностей зв'язане з трудомісткою обробкою багатьох реалізацій випадкового процесу $\xi(t)$. В багатьох практичних випадках можна обійтись більш простими числовими характеристиками, котрі встановлюються за допомогою початкових та центральних моментів розподілу різних порядків (найчастіше до четвертого включно). Ці моменти є також детермінованими величинами.

В [3–9] обґрунтована можливість та доцільність спектрального опису функції розподілу випадкового процесу. При розкладенні спектра функції розподілу (СФР) в ряд Маклорена коефіцієнтами ряду будуть моменти розподілу відповідного порядку. У низці задач спектральне уявлення функції розподілу є дуже зручним. Але розкладення СФР в ряд Маклорена з обмеженою кількістю членів призводить до того, що похибка апроксимації зростає при збільшенні відстані від початкової точки, тобто в даному випадку нуля. Тому заміна СФР многочленом придатне тільки на обмеженій відстані від нуля, іншими словами в певному діапазоні частот. Якщо повернутися до функції розподілу, то ця похибка буде збільшуватися вже в зоні, наближеній до нуля, тобто саме там, де це є недопустимим. Таким чином втрачаються переваги використання моментів розподілу.

Постановка завдання

Виходом з цієї ситуації може бути розкладення безпосередньо функції розподілу в ряд Тейлора. Але коефіцієнтами цього ряду вже не будуть моменти функції розподілу. Використовуючи симетричність перетворення Фур'є назвемо їх спектральними моментами розподілу. Спектральні моменти розподілу можна зв'язати з моментами розподілу. Це дасть можливість проводити розрахунки в діапазоні навколо початкового значення аргументу, частіше при p(0), і таким чином мати невелику похибку в інформативному діапазоні. Наприклад при оцінці похибок в інтерквантильному проміжку.

Знаходження спектральних моментів функції розподілу

Розкладемо функцію розподілу в ряд Тейлора. В загальному випадку «початкова точка» буде зсунутою [10] на величину математичного сподівання $m_1\{\xi\}$. Тоді отримаємо, обмежуючись п'ятьма членами ряду:

$$
\begin{gathered}
p(x) \approx p\left(m_1\{\xi\}\right) + \left(x - m_1\{\xi\}\right) p'\left(m_1\{\xi\}\right) + \frac{\left(x - m_1\{\xi\}\right)^2}{2} p''\left(m_1\{\xi\}\right) + \\
+ \frac{\left(x - m_1\{\xi\}\right)^3}{6} p'''\left(m_1\{\xi\}\right) + \frac{\left(x - m_1\{\xi\}\right)^4}{24} p^{\prime v}\left(m_1\{\xi\}\right).
\end{gathered} \tag{1}
$$

Знайдемо відповідні похідні функції розподілу.

Перша похідна

$$
\begin{gathered}
p'(x) = \frac{1}{2\pi}\left[\int_{-\infty}^{\infty} S_p(\omega) e^{j\omega\left(x - m_1\{\xi\}\right)} d\omega\right]'_x = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\left[S_p(\omega) e^{j\omega\left(x - m_1\{\xi\}\right)}\right]'_x = \\
= \frac{j}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} \omega S_p(\omega) e^{j\omega\left(x - m_1\{\xi\}\right)} d\omega
\end{gathered}. \tag{2}
$$

Друга похідна

$$
p''(x) = -\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} \omega^2 S_p(\omega) e^{j\omega\left(x - m_1\{\xi\}\right)} d\omega, \tag{3}
$$

третя похідна

$$
p'''(x) = -\frac{j}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} \omega^3 S_p(\omega) e^{j\omega\left(x - m_1\{\xi\}\right)} d\omega, \tag{4}
$$

і, нарешті, четверта похідна

$$
p^{\prime v}(x) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} \omega^4 S_p(\omega) e^{j\omega\left(x - m_1\{\xi\}\right)} d\omega. \tag{5}
$$

У загальному вигляді для *n*-ї похідної

$$\frac{d^n p(x)}{dx^n} = \frac{j^n}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \omega^n S_p(\omega) e^{j\omega(x - m_1\{\xi\})} d\omega . \qquad (6)$$

Підставляючи в (2-6) значення $x = m_1\{\xi\}$, отримуємо вирази для спектральних моментів розподілу відповідного порядку:

$$p\left(m_1\{\xi\}\right) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S_p(\omega) d\omega = \mu_0\{\xi\} , \qquad (7)$$

де $\mu_0\{\xi\}$ – спектральний момент нульового порядку,

$$p'\left(m_1\{\xi\}\right) = \frac{j}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \omega S_p(\omega) d\omega = \mu_1\{\xi\} , \qquad (8)$$

де $\mu_1\{\xi\}$ – спектральний момент першого порядку,

$$p''\left(m_1\{\xi\}\right) = -\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \omega^2 S_p(\omega) d\omega = \mu_2\{\xi\} , \qquad (9)$$

де $\mu_2\{\xi\}$ – спектральний момент другого порядку,

$$p'''\left(m_1\{\xi\}\right) = -\frac{j}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \omega^3 S_p(\omega) d\omega = \mu_3\{\xi\} , \qquad (10)$$

де $\mu_3\{\xi\}$ – спектральний момент третього порядку,

$$p'^{v}\left(m_1\{\xi\}\right) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \omega^4 S_p(\omega) d\omega = \mu_4\{\xi\} . \qquad (11)$$

де $\mu_4\{\xi\}$ – спектральний момент четвертого порядку.

Таким чином для *n*-ї похідної при $x = m_1\{\xi\}$

$$\left(\frac{d^n p(x)}{dx^n}\right)_{x=0} = \frac{j^n}{2\pi} \mu_n\{\xi\} , \qquad (12)$$

де $\mu_n\{\xi\}$ спектральний момент *n*-го порядку.

Якщо початкова точка знаходитиметься в нулі, тобто $m_1\{\xi\} = 0$, що відповідає центральним моментам розподілу, вирази (7-12) для спектральних моментів не змінюються. Отже спектральні моменти на відміну від моментів розподілу не залежать від зсуву функції розподілу по осі x.

Спектральні моменти можуть бути знайдені як безпосередньо на підставі виразу для функції розподілу, так і за допомогою СФР.

За аналогією з моментами розподілу спектральні моменти можуть бути початковими та центральними. Але зміщення СФР відносно нуля ($\mu_1\{\xi\} \neq 0$) може бути тільки при функції розподілу, котра має вигляд радіоімпульсу, що практично буває дуже рідко. Спектральний момент третього порядку, котрий визначає асиметрію СФР, також часто повинен дорівнювати нулю через те, що функція розподілу є завжди дійсною (відповідна часова функція називається фізичним сигналом [10]) і відрізняється від нуля тільки для комплексних функцій (відповідна часова функція – аналітичний сигнал). Але для отримання загальних виразів на це не будемо звертати уваги.

Запишемо (1) з урахуванням (7-12):

$$p(x) \approx \mu_0\{\xi\} + \mu_1\{\xi\}\left(x - m_1\{\xi\}\right) + \frac{\mu_2\{\xi\}}{2}\left(x - m_1\{\xi\}\right)^2 + \\ + \frac{\mu_3\{\xi\}}{6}\left(x - m_1\{\xi\}\right)^3 + \frac{\mu_4\{\xi\}}{24}\left(x - m_1\{\xi\}\right)^4 . \tag{13}$$

Тоді довірча ймовірність при квантильній оцінці похибки

$$P_{\text{Д}} = \int\limits_{m_1\{\xi\}-X}^{m_1\{\xi\}+X} p(x)\,dx \approx \mu_0\{\xi\} \int\limits_{m_1\{\xi\}-X}^{m_1\{\xi\}+X} dx + \mu_1\{\xi\} \int\limits_{m_1\{\xi\}-X}^{m_1\{\xi\}+X} \left(x - m_1\{\xi\}\right) dx + \\ + \frac{\mu_2\{\xi\}}{2} \int\limits_{m_1\{\xi\}-X}^{m_1\{\xi\}+X} \left(x - m_1\{\xi\}\right)^2 dx + \frac{\mu_3\{\xi\}}{6} \int\limits_{m_1\{\xi\}-X}^{m_1\{\xi\}+X} \left(x - m_1\{\xi\}\right)^3 dx + \\ + \frac{\mu_4\{\xi\}}{24} \int\limits_{m_1\{\xi\}-X}^{m_1\{\xi\}+X} \left(x - m_1\{\xi\}\right)^4 dx = 2\mu_0\{\xi\} X + \frac{\mu_2\{\xi\}}{3} X^3 + \frac{\mu_4\{\xi\}}{60} X^5, \tag{14}$$

де $\pm X$ — квантилі при довірчій ймовірності $P_Д$ (відстань від $m_1\{\xi\}$ до $m_1\{\xi\} + X$ або $m_1\{\xi\} - X$ — довірча похибка з довірчою ймовірністю $P_Д$).

Довірча ймовірність при математичному сподіванні, що дорівнює нулю $a = m_1\{\xi\} = 0$.

$$P_{\text{Д}} = \int\limits_{-X}^{X} p(x)\,dx \approx 2\mu_0\{\xi\} X + \frac{\mu_2\{\xi\}}{3} X^3 + \frac{\mu_4\{\xi\}}{60} X^5, \tag{15}$$

тобто співпадає з (14).

Якщо інтерквантильний проміжок збільшити до нескінченності ($X \to \infty$), тобто перейти до повної оцінки похибки, то права частина (14 та 15) буде прагнути до нескінченності, а $P_{\text{Д}}$ — до одиниці. При цьому рівність порушується. Це виникає тому, що точність апроксимації за допомогою ряду Тейлора є високою тільки в області початкової точки, тому що при апроксимації було вибрано тільки п’ять членів ряду. Отже, вирази (14, 15) придатні тільки при умові $X \to m_1\{\xi\}$. Спектральні моменти зручно використовувати саме в цьому випадку. Як показано в [11], при використанні моментів розподілу похибка оцінки похибки зростає при $X \to 0$ і спадає при $X \to \infty$, тобто залежно від величини довірчої похибки потрібно використовувати моменти розподілу або спектральні моменти розподілу. Іншими словами при квантильній оцінці випадкової похибки зручніше використовувати спектральні моменти розподілу, а при повній оцінці — моменти розподілу.

Вирази (14 та 15) дозволяють зв’язати довірчу ймовірність з довірчою похибкою для певної функції розподілу. З цих виразів видно, що зв’язок довірчої ймовірності з довірчою похибкою не залежить від зміщення функції розподілу по вісі x.

Звернемо увагу, що спектральні моменти на відміну від моментів розподілу не залежать від інтерквантильного проміжку при використанні довірчої ймовірності. Це є великою їх перевагою при оцінці випадкових величин. Отже в (14 та 15) коефіцієнти рівняння є постійними.

З (13) при $m_1\{\xi\}=0$ можна знайти центральні моменти функції розподілу.

Центральний момент першого порядку – математичне сподівання:

$$m_1\{\xi\}=a=0=\int_{-X}^{X} xp(x)\,dx\approx\frac{2\mu_1\{\xi\}}{3}X^3+\frac{\mu_3\{\xi\}}{15}X^5. \tag{16}$$

Центральний момент другого порядку – дисперсія:

$$M_2\{\xi\}=D=\int_{-X}^{X} x^2p(x)\,dx\approx\frac{2\mu_0\{\xi\}}{3}X^3+\frac{\mu_2\{\xi\}}{5}X^5+\frac{\mu_4\{\xi\}}{84}X^7. \tag{17}$$

Центральний момент третього порядку:

$$M_3\{\xi\}=\int_{-X}^{X} x^3p(x)\,dx\approx\frac{2\mu_1\{\xi\}}{5}X^5+\frac{\mu_3\{\xi\}}{21}X^7. \tag{18}$$

І центральний момент четвертого порядку:

$$M_4\{\xi\}=\int_{-X}^{X} x^4p(x)\,dx\approx\frac{2\mu_0\{\xi\}}{5}X^5+\frac{\mu_2\{\xi\}}{7}X^7+\frac{\mu_4\{\xi\}}{108}X^9. \tag{19}$$

Отже, довірча ймовірність при математичному сподіванні, що дорівнює нулю, зв’язана тільки з парними спектральними моментами (14, 15). В той же час непарні центральні моменти зв’язані тільки з непарними спектральними моментами (16, 18), а парні центральні моменти – тільки з парними спектральними моментами (17, 19).

Знайдемо довірчу ймовірність та початкові моменти функції розподілу [1]. Для цього використаємо вирази (15–19), але змінимо границі інтегрування. Враховуючи те, що функція розподілу при математичному сподіванні $m_1\{\xi\}\neq 0$ зміщується на величину математичного сподівання, границі інтегрування будуть від m_1-X до m_1+X .

Довірча ймовірність

$$\begin{aligned}P_{\text{Д}}=\int_{m_1\{\xi\}-X}^{m_1\{\xi\}+X} p(x)\,dx &\approx 2\mu_0\{\xi\}X+2\mu_1\{\xi\}m_1\{\xi\}X+\mu_2\{\xi\}X\left(m_1^2\{\xi\}+\frac{X^2}{3}\right)+\\&+\frac{\mu_3\{\xi\}}{3}m_1X\left(m_1^2\{\xi\}+X^2\right)+\frac{\mu_4\{\xi\}}{12}X\left(m_1^4\{\xi\}+2m_1^2\{\xi\}X^2+\frac{X^4}{5}\right).\end{aligned} \tag{20}$$

Початковий момент першого порядку:

$$m_1\{\xi\}=\int_{m_1\{\xi\}-X}^{m_1\{\xi\}+X} xp(x)\,dx\approx 2\mu_0\{\xi\}m_1\{\xi\}X+2\mu_1\{\xi\}X\left(m_1^2\{\xi\}+\frac{X^2}{3}\right)+$$

$$+\mu_2\{\xi\} m_1\{\xi\} X\left(m_1^2\{\xi\}+X^2\right)+\frac{\mu_3\{\xi\}}{3} X\left(m_1^4\{\xi\}+2m_1^2\{\xi\} X^2+\frac{X^4}{5}\right)+$$

$$+\frac{\mu_4\{\xi\}}{12} m_1\{\xi\} X\left(m_1^4\{\xi\}+\frac{10m_1^2\{\xi\} X^2}{3}+X^4\right), \qquad (21)$$

Початковий момент другого порядку:

$$m_2\{\xi\}=\int_{m_1\{\xi\}-X}^{m_1\{\xi\}+X} x^2 p(x)\,dx \approx 2\mu_0\{\xi\} X\left(m_1^2\{\xi\}+\frac{X^2}{3}\right)+2\mu_1\{\xi\} m_1\{\xi\} X\left(m_1^2\{\xi\}+X^2\right)+$$

$$+\mu_2\{\xi\} X\left(m_1^4\{\xi\}+2m_1^2\{\xi\} X^2+\frac{X^4}{5}\right)+\frac{\mu_3\{\xi\}}{3} m_1\{\xi\} X\left(m_1^4\{\xi\}+\frac{10}{3} m_1^2\{\xi\} X^2+X^4\right)+$$

$$+\frac{\mu_4\{\xi\}}{12} X\left(m_1^6\{\xi\}+5m_1^4\{\xi\} X^2+3m_1^2\{\xi\} X^4+\frac{X^6}{7}\right), \qquad (22)$$

Початковий момент третього порядку:

$$m_3\{\xi\}=\int_{m_1\{\xi\}-X}^{m_1\{\xi\}+X} x^3 p(x)\,dx \approx 2\mu_0\{\xi\} m_1\{\xi\} X\left(m_1^2\{\xi\}+X^2\right)+$$

$$+2\mu_1\{\xi\} m_1\{\xi\} X\left(m_1^4\{\xi\}+2m_1^2\{\xi\} X^2+\frac{X^4}{5}\right)+$$

$$+\mu_2\{\xi\} m_1\{\xi\} X\left(m_1^4\{\xi\}+\frac{10}{3} m_1^2\{\xi\} X^2+X^4\right)+ \qquad (23)$$

$$+\frac{\mu_3\{\xi\}}{3} X\left(m_1^6\{\xi\}+5m_1^4\{\xi\} X^2+3m_1^2\{\xi\} X^4+\frac{X^6}{7}\right)+$$

$$+\frac{\mu_4\{\xi\}}{12} m_1\{\xi\} X\left(m_1^6\{\xi\}+7m_1^4\{\xi\} X^2+7m_1^2\{\xi\} X^4+X^6\right).$$

І початковий момент четвертого порядку:

$$m_4\{\xi\}=\int_{m_1\{\xi\}-X}^{m_1\{\xi\}+X} x^4 p(x)\,dx \approx 2\mu_0\{\xi\} X\left(m_1^4\{\xi\}+2m_1^2\{\xi\} X^2+\frac{X^4}{5}\right)+$$

$$+2\mu_1\{\xi\} m_1\{\xi\} X\left(m_1^4\{\xi\}+\frac{10}{3} m_1^2\{\xi\} X^2+X^4\right)+$$

$$+\mu_2\{\xi\} X\left(m_1^6\{\xi\}+5m_1^4\{\xi\} X^2+3m_1^2\{\xi\} X^4+\frac{X^6}{7}\right)+ \qquad (24)$$

$$+\frac{\mu_3\{\xi\}}{3} m_1\{\xi\} X\left(m_1^6\{\xi\}+7m_1^4\{\xi\} X^2+7m_1^2\{\xi\} X^4+X^6\right)+$$

$$+\frac{\mu_4\{\xi\}}{12} X\left(m_1^8\{\xi\}+\frac{28}{3} m_1^6\{\xi\} X^2+14m_1^4\{\xi\} X^4+4m_1^2\{\xi\} X^6+\frac{X^8}{9}\right).$$

У рівняннях (20-24) математичне сподівання $a = m_1\{\xi\}$ — це систематична похибка.

При $m_1\{\xi\} = 0$ початкові моменти переходять в центральні, тому при цій умові отримані вирази переходять в (15-19).

Для знаходження спектральних моментів через центральні моменти розподілу потрібно розв'язати систему рівнянь, складених з (20-24).

Врешті отримаємо спектральний момент нульового порядку:

$$\mu_0\{\xi\} = \frac{5}{128X^9}(180m_1^2X^6 - 2940m_1^4X^4 + 9660m_1^6X^2 - 8820m_1^8 + 13230m_1^6m_2 -$$
$$-11550m_1^4m_2X^2 + 1890m_1^2m_2X^4 + 7000m_1^3m_3X^2 - 420m_1m_3X^4 - 8820m_1^5m_3 -$$
$$-1890m_1^2m_4X^2 + 2205m_1^4m_4 - 180m_1^2X^6P_Д + 1470m_1^4X^4P_Д - 3220m_1^6X^2P_Д +$$
$$-2205m_1^8P_Д - 210m_2X^6 + 189m_4X^4 + 45X^8P_Д).$$

Спектральний момент першого порядку:

$$\mu_1\{\xi\} = \frac{15}{32X^9}(20m_1X^6 + 420m_1^3X^4 - 2100m_1^5X^2 + 2940m_1^7 - 210m_1m_2X^4 +$$
$$+2100m_1^3m_2X^2 - 4410m_1^5m_2 - 1120m_1^2m_3X^2 + 2940m_1^4m_3 - 735m_1^3m_4 + 315m_1m_4X^2 +$$
$$+15m_1X^6P_Д - 245m_1^3X^4P_Д + 805m_1^5X^2P_Д + 735m_1^7P_Д).$$

Спектральний момент другого порядку:

$$\mu_2\{\xi\} = \frac{105}{32X^9}(-60m_1^2X^4 + 600m_1^4X^2 - 1260m_1^6 - 420m_1^2m_2X^2 + 1890m_1^4m_2 +$$
$$+140m_1m_3X^2 - 1260m_1^3m_3 + 315m_1^2m_4 + 45m_1^2X^4P_Д - 275m_1^4X^2P_Д + 315m_1^6P_Д +$$
$$+42m_2X^4 - 45m_4X^2).$$

Спектральний момент третього порядку:

$$\mu_3\{\xi\} = \frac{105}{16X^9}(-12m_1X^4 - 480m_1^3X^2 + 1260m_1^5 + 210m_1m_2X^2 - 1890m_1^3m_2 +$$
$$+1260m_1^2m_3 - 15m_1X^4P_Д + 250m_1^3X^2P_Д - 315m_1^5P_Д - 315m_1m_4 + 20m_3X^2).$$

І спектральний момент четвертого порядку:

$$\mu_4\{\xi\} = \frac{945}{16X^9}(60m_1^2X^2 - 140m_1^4 + 210m_1^2m_2 - 140m_1m_3 - 30m_1^2X^2P_Д + 35m_1^4P_Д -$$
$$-30m_2X^2 + 35m_4 + 3X^4P_Д);$$

Для центральних моментів розподілу, тобто при $m_1\{\xi\} = 0$ ці рівняння спрощуються і приймають наступний вигляд:

$$\mu_0\{\xi\} = \frac{225P_Д}{128X} - \frac{525M_2\{\xi\}}{64X^3} + \frac{945M_4\{\xi\}}{128X^5};$$

$$\mu_1\{\xi\} = -\frac{105M_3\{\xi\}}{8X^5};$$

$$\mu_2\{\xi\} = -\frac{525P_Д}{32X^3} + \frac{2205M_2\{\xi\}}{16X^5} - \frac{4725M_4\{\xi\}}{32X^7};$$

$$\mu_3\{\xi\} = \frac{525M_3\{\xi\}}{4X^7};$$

$$\mu_4\{\xi\} = \frac{2835P_Д}{16X^5} - \frac{14175M_2\{\xi\}}{8X^7} + \frac{33075M_4\{\xi\}}{16X^9}.$$

Висновки

Спектральні моменти розподілу доцільно використовувати для зменшення похибки при наближенні до початкового значення аргументу функції розподілу, де вона виникає при використанні замість функції розподілу моментів розподілу для спрощення аналізу.

Спектральні моменти розподілу є коефіцієнтами ряду Тейлора, у який розкладається функція розподілу. Спектральні моменти розподілу на відміну від моментів розподілу не залежать від зсуву функції розподілу по осі аргументу.

Спектральні моменти розподілу як і моменти розподілу можуть бути початковими та центральними. Але у більшості випадків для функцій розподілу спектральні моменти бувають центральними, а третій спектральний момент розподілу для більшості функцій розподілу дорівнює нулю.

Залежної від величини довірчої похибки потрібно використовувати моменти розподілу (при $X \to \infty$) або спектральні моменти розподілу (при $X \to m_1\{\xi\}$).

При квантильній оцінці похибок спектральні моменти розподілу на відміну від моментів розподілу не залежать від величини довірчої ймовірності, що є великою перевагою спектральних моментів розподілу перед моментами розподілу. Довірча ймовірність зв'язана з довірчою похибкою через рівняння п'ятої степені, в якому довірча похибка входить в парних степенях, а коефіцієнтами є парні спектральні моменти розподілу з постійними числовими коефіцієнтами, котрі не залежать від довірчої ймовірності. Це означає, що зв'язок довірчої ймовірності з довірчою похибкою не залежить від зміщення функції розподілу по вісі аргументу. Парні спектральні моменти розподілу зв'язані тільки з парними моментами розподілу, а непарні – з непарними. При цьому в цих рівняннях зв'язку довірча похибка входить тільки в непарних степенях.

Введення поняття спектральних моментів розподілу дозволить спростити розрахунки при підсумовуванні декількох похибок при їх квантильній оцінці, що буде показано в наступних роботах.

Література

1. Новицкий П.В., Зограф И.А. Оценка погрешностей результатов измерений. – Л.: Энергоатомиздат, 1991. – 302 с.

2. Левин Б.Р. Теоретические основы статистической радиотехники. – М.: «Советское радио», 1974. – 549 с.
3. Майстренко В.М. Спектри одномірних функцій розподілу випадкових процесів // Вісник НТУУ «КПІ». Серія приладобудування. – 2003. – № 26. – С. 145 – 150.
4. Майстренко В.М. Дослідження спектрів одномірних функцій розподілу випадкових процесів // Третя науково-технічна конференція «Приладобудування – 2004: Стан і перспективи», 20 – 21 квітня 2004 р. м. Київ, Україна, Збірник наукових праць. – С. 137 – 138.
5. Майстренко В.М. Дослідження спектрів одномірних функцій розподілу випадкових процесів // Вісник НТУУ «КПІ». Серія приладобудування. – 2004. – № 27. – С. 163 – 170.
6. Майстренко В.М. Спектри двомірних функцій розподілу випадкових процесів// Вісник НТУУ «КПІ». Серія приладобудування. – 2005. – № 29. – С. 160 – 168.
7. Майстренко В.М. Спектр функції розподілу при квантильній оцінці випадкової похибки // Вісник НТУУ «КПІ». Серія приладобудування. – 2008. – № 35. – С. 160 – 165.
8. Майстренко В.М. Підсумовування випадкових похибок вимірювань // Вісник НТУУ «КПІ». Серія приладобудування. – 2007. – № 34. – С. 161 – 167.
9. Выгодский М.Я. Справочник по высшей математике. - М.: Наука., 1976. – 871 с.
10. Гоноровский И.С. Радиотехнические цепи и сигналы. - М.: Советское радио, 1971. – 671 с.
11. Майстренко В.М. Розрахунок похибки із заданою довірчою ймовірністю // Вісник НТУУ «КПІ». Серія приладобудування. – 2008. – № 36. – С. 157 – 167.

Майстренко В.Н. **Спектральные моменты функции распределения** Введено понятие спектральных моментов функции распределения. Найдены формулы, которые связывают моменты функции распределения с ее спектральными моментами при определенных интерквантильных промежутках. Также найдены формулы, что, напротив, связывают спектральные моменты функции распределения с моментами функции распределения. Найдены также формулы, которые позволяют рассчитывать спектральные моменты функции распределения, исходя из спектра функции распределения.	Maystrenko V.N. **Spectral moments of distributing function** The concept of spectral moments of distributing function is entered. Formulas which bind the moments of function distribution to its spectral moments now and then at certain interkvantil intervals are found. Formulas are also found, that, opposite, link the spectral moments of function distribution with the moments of function distribution. Formulas which allow to expect spectral moments of function distribution are found also, coming from the spectrum of distributing function.

Надійшла до редакції
27 квітня 2009 року