

ТЕОРІЯ ТА ПРАКТИКА НАВІГАЦІЙНИХ ПРИЛАДІВ І СИСТЕМ

УДК 629.7.054

ПОГРЕШНОСТИ ПОПЛАВКОВОГО ГИРОСКОПА В СЛУЧАЙНЫХ ЗВУКОВЫХ ПОЛЯХ РЕВЕРБЕРАЦИОННОГО ПРОСТРАНСТВА

Мельник В.Н., Карачун В.В., Национальный технический университет Украины "Киевский политехнический институт", г. Киев, Украина

Аналитически описывается механизм появления дополнительных погрешностей поплавкового двухстепенного гироскопа при случайном характере углового движения фюзеляжа летательного аппарата и проникающего акустического излучения. Предполагается механический импеданс антисимметричной составляющей звуковой волны намного меньшим симметричной составляющей

Введение

Исследования показывают, что изгибные колебания поверхности поплавка и элементной базы прибора под действием одной только звуковой волны, как правило, не оказывают существенного влияния на погрешность измерения [1]. Но при наличии еще и углового движения РН картина резко меняется. Выходной сигнал помимо полезной составляющей, в этом случае, содержит постоянную и периодическую компоненты погрешности измерений, соответствующие "ложной" угловой скорости [2]. Таким образом, наличие носителя кинетического момента коренным образом меняет картину измерений.

Пояснение имеющему место явлению состоит в том, что упругие перемещения поплавкового гироскопа под действием акустического излучения приводят к возникновению возмущающих моментов, воспринимаемых прибором как входная величина. Принимая во внимание достаточно большую поверхность поплавка, следует ожидать и соответствующую реакцию гироскопа на порождаемое возмущение.

Таким образом, упруго-напряженное состояние поплавкового подвеса в совокупности с носителем кинетического момента приведет к существенному изменению динамических свойств прибора и послужит источником дополнительных погрешностей в натуральных условиях.

Постановка задачи

В предположении, что качка фюзеляжа летательного аппарата и проникающего внутрь прибора акустическое излучение действуют одновременно, причем являясь по структуре случайными процессами, ставится задача определения математического ожидания погрешности поплавкового гироскопа для рассматриваемого случая.

Целью исследований является аналитическое представление погрешности прибора в функции вероятностных характеристик кинематического и акустического воздействий.

Изложение основного материала

В ряде работ была определена реакция поплавкового двухстепенного датчика угловых скоростей на одновременное возмущение со стороны корпуса ракеты – кинематическое возмущение – и проникающее акустическое излучение со стороны маршевых двигателей РН. Решение задачи свелось к последовательному анализу двух уравнений (первого и второго приближений):

$$\ddot{\beta}_1 + (2h - 2h^a)\dot{\beta}_1 + n^2\beta_1 = f_1(t); \tag{1}$$

$$\ddot{\beta}_2 + (2h - 2h^a)\dot{\beta}_2 + n^2\beta_2 = f_2(t). \tag{2}$$

При этом правая часть уравнения (1) явно выражалась через параметры углового движения корпуса РН и акустическую вибрацию поверхности поплавка

$$f_1(t) = r\omega_{1x} - (q - q^a)\omega_{1z} + q\lambda\omega_{1y} + \mu\dot{\omega}_{1z} - \dot{\omega}_{1y}.$$

Или в более полной форме:

$$\begin{aligned} f_1(t) = & \left(\frac{R}{B}\omega_0 \cos 2\beta_0 - \frac{H}{B}\sin \beta_0 \right) (\dot{\theta} - \omega_0\psi) - \dot{\phi} \left\{ \left[\frac{R}{B}\omega_0 \sin 2\beta_0 + \frac{H}{B}\cos \beta_0 - \right. \right. \\ & \left. \left. - \frac{2P_0i\omega_a \sin \beta_0}{HBR} \{ I_{II} [\rho_\tau(t) + \pi\rho_r] + m_T R_T L \rho_T \} \right] \right\} + \frac{4P_0i\omega_a I_{II}}{HBR} (R\omega_0 \sin 2\beta_0 + \\ & + H \cos \beta_0) \rho_r (\dot{\psi} + \omega_0\theta) + \frac{2P_0i\omega_a \cos \beta_0}{HB} \{ I_{II} [\rho_\tau + \pi\rho_r] + m_T R_T L \rho_T \} \ddot{\phi} - \ddot{\psi} - \omega_0\dot{\theta}, \end{aligned} \tag{3}$$

где $\dot{\phi} = \omega_{1z}$ - производная от угла поворота вокруг оси чувствительности прибора.

Правая часть уравнения (2) выражается как через заданные функции качки корпуса РН и акустической вибрации поверхности поплавка, так и через решение уравнения (1). Эту зависимость можно представить в виде:

$$\begin{aligned} f_2(t) = & -r\dot{\phi}\psi + \frac{4P_0i\omega_a (2R\omega_0 + H \cos \beta_0)}{HBR} I_{II} \rho_r \dot{\phi}\theta - \left\{ \left\{ q + q' + \frac{2P_0i\omega_a \sin \beta_0}{HBR} \{ I_{II} [\rho_\tau + \right. \right. \\ & \left. \left. + \pi\rho_r] + m_T R_T L \rho_T \} \right\} \left[\frac{1}{2}\omega_0(\theta^2 + \psi^2) - \dot{\psi}\theta \right] + \beta_1 \left\{ r'(\dot{\theta} - \omega_0\psi) + \right. \\ & \left. + \frac{R\omega_0 \cos 2\beta_0 \cos \beta_0 (2 - \operatorname{tg} 2\beta_0 \operatorname{tg} \beta_0) - H \sin 2\beta_0}{B} \frac{4P_0i\omega_0}{HR} I_{II} \rho_r - q'\dot{\phi} \right\} \right\} + \\ & + \dot{\beta}_1 \left\{ \left\{ \beta_1 \omega_0 \frac{2P_0i\omega_a \cos \beta_0}{B} \{ I_{II} [\rho_\tau + \pi\rho_r] + m_T R_T L \rho_T \} - \frac{4P_0i\omega_a \sin \beta_0}{HBR} \{ I_{II} [\rho_\tau + \pi\rho_r] + \right. \right. \\ & \left. \left. + m_T R_T L \rho_T \} \dot{\phi} \right\} \right\} - \frac{1}{2}\omega_0\beta_1^2 \left\{ \left\{ q'' + \frac{2P_0i\omega_a \sin \beta_0}{HBR} \{ I_{II} [\rho_\tau + \pi\rho_r] + m_T R_T L \rho_T \} \right\} \right\} + \\ & + \frac{a}{2} \left\{ \left[(\dot{\theta} - \omega_0\psi)^2 - \dot{\phi}^2 \right] \sin 2\beta_0 - 2 \frac{16P_0^2\omega_a^2 \cos^2 \beta_0}{H^2 R^2} I_{II}^2 \rho_r^2 (\dot{\psi} + \omega_0\theta)^2 + 2(\dot{\theta} - \omega_0\psi) \times \right. \\ & \left. \times \dot{\phi} \cos 2\beta_0 + 2 \frac{4P_0i\omega_a \cos \beta_0}{HR} I_{II} \rho_r (\dot{\theta} - \omega_0\psi) \dot{\phi} - 2 \operatorname{tg} 2\beta_0 \cos \beta_0 (\dot{\psi} + \omega_0\theta)^2 \dot{\phi} \right\} - \\ & - \frac{d}{dt}(\dot{\phi}\theta) + \frac{2P_0i\omega_a \cos \beta_0}{HB} \{ I_{II} [\rho_\tau + \pi\rho_r] + m_T R_T L \rho_T \} [\omega_0(\dot{\theta}\theta + \dot{\psi}\psi) - \ddot{\psi}\theta - \dot{\psi}\dot{\theta}]. \end{aligned} \tag{4}$$

В случае детерминированного процесса задача сводилась к определению постоянной составляющей правой части выражения (4). То есть

$$\langle f_j(t) \rangle = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T f_j(t) dt, \quad (j=1,2 - \text{номер приближения})$$

и систематическая погрешность ДУС определялась по формуле

$$\beta_j^{(0)} = \frac{1}{n^2} \langle f_j(t) \rangle. \quad (5)$$

Если же угловое движение корпуса РН и акустическая вибрация поплавок носят случайный характер, то следует говорить о математическом ожидании погрешности прибора. Таким образом,

$$\langle \overline{\beta_j^{(0)}} \rangle = \frac{1}{n^2} \langle \overline{f_j(t)} \rangle. \quad (6)$$

Будем предполагать, по аналогии с детерминированными возмущениями, что математические ожидания величин $\varphi, \psi, \theta, \rho_\tau, \rho_r, \rho_T$ и их производных по времени равны нулю. Математические ожидания произведений этих величин могут содержать постоянные составляющие.

Введем для обозначения математического ожидания величин $f_1(t), f_2(t), \theta, \dot{\psi}\theta, \rho_\tau, \rho_r$ и т.д. символы $\overline{f_1}, \overline{f_2}, \overline{\theta}, \overline{\dot{\psi}\theta}, \overline{\rho_\tau}, \overline{\rho_r}$. Теперь можно воспользоваться формулой (6) и вычислить погрешность прибора в момент времени t . Математические ожидания произведений $\overline{\dot{\psi}\theta}, \overline{\theta^2}, \overline{\psi^2}, \overline{\dot{\rho}_\tau}, \overline{\dot{\rho}_r}, \overline{\dot{\rho}_T}, \overline{\dot{\psi}\rho_r}, \overline{\dot{\rho}_\tau}, \overline{\dot{\rho}_r}, \overline{\dot{\rho}_T}, \overline{\dot{\psi}\rho_r}, \overline{\dot{\rho}_r}, \overline{\dot{\rho}_T}$ могут содержать постоянные составляющие. Эти составляющие обозначим символами

$$\langle \overline{\dot{\psi}\theta} \rangle, \langle \overline{\theta^2} \rangle, \langle \overline{\psi^2} \rangle, \langle \overline{\dot{\rho}_\tau} \rangle, \langle \overline{\dot{\rho}_r} \rangle, \langle \overline{\dot{\rho}_T} \rangle, \langle \overline{\dot{\psi}\rho_r} \rangle, \langle \overline{\dot{\rho}_\tau} \rangle, \langle \overline{\dot{\rho}_r} \rangle, \langle \overline{\dot{\rho}_T} \rangle \text{ и т.д.}$$

Дисперсия стационарного процесса является величиной постоянной. В дальнейшем не будем предполагать обязательной стационарности процесса.

С учетом сказанного имеем:

$$\begin{aligned} f_1(t) &= \\ &= \frac{4P_0 i \omega_a I_{\Pi}}{HBR} (R\omega_0 \sin 2\beta_0 + H \cos \beta_0) \rho_r (\dot{\psi} + \omega_0 \theta) + \frac{2P_0 i \omega_a \cos \beta_0}{HB} \{ I_{\Pi} [\rho_\tau + \pi \rho_r] + \\ &+ m_T R_T L \rho_T \} \dot{\phi}. \end{aligned}$$

Тогда

$$\begin{aligned} \overline{f_1(t)} &= \\ &= \frac{4P_0 i \omega_a I_{\Pi} (R\omega_0 \sin 2\beta_0 + H \cos \beta_0)}{HBR} \left[K_{\dot{\psi}\rho_r}(t,t) + \omega_0 K_{\theta\rho_r}(t,t) \right] + \frac{2P_0 i \omega_a \cos \beta_0}{HBR} \times \\ &\times [I_{\Pi} K_{\dot{\rho}_\tau}(t,t) + \pi I_{\Pi} K_{\dot{\rho}_r}(t,t) + m_T R_T L K_{\dot{\rho}_T}(t,t)]. \end{aligned} \quad (7)$$

Осреднение функции $\langle \overline{f_1(t)} \rangle$ можно получить без труда, если известны корреляционные функции связи встречающихся в выражении (7) комбинаций

$$K_{\psi\rho_r}(t,t), K_{\theta\rho_r}(t,t), K_{\phi\rho_\tau}(t,t), K_{\phi\rho_r}(t,t) \text{ и } K_{\phi\rho_\tau}(t,t).$$

Применим полученное соотношение для определения сдвига нуля в первом приближении. Для этого следует принять $\omega_0 = 0$ и $\beta_0 = 0$, то есть предположить отсутствие систематического вращения основания относительно входной оси прибора. Отсюда следуют очевидные равенства:

$$r = 0; \quad q = \frac{H}{B}; \quad r' = -\frac{H}{B}; \quad q' = 0; \quad q'' = -\frac{H}{B}. \quad (8)$$

Осредненное по времени математическое ожидание сдвига нуля определится по формуле

$$\begin{aligned} \langle \beta_1^0 \rangle &= n^{-2} \langle f_1 \rangle = \\ &= \left\langle \frac{4P_0 i \omega_a I_{II}}{n^2 BR} K_{\psi\rho_r}(t,t) + \frac{2P_0 i \omega_a}{n^2 BH} [I_{II} K_{\phi\rho_\tau}(t,t) + \pi I_{II} K_{\phi\rho_r}(t,t) + \right. \\ &\quad \left. + m_T R_T L K_{\phi\rho_r}(t,t)] \right\rangle. \end{aligned} \quad (9)$$

Используя известные соотношения

$$K_{UV}(t_1, t_2) = \frac{\partial K_{UV}(t_1, t_2)}{\partial t_1}; \quad K_{UV}(t_1, t_2) = \frac{\partial K_{UV}(t_1, t_2)}{\partial t_2}; \quad K_{UV}(t_1, t_2) = \frac{\partial^2 K_{UV}(t_1, t_2)}{\partial t_1 \partial t_2},$$

выражение (9) можно записать иначе:

$$\begin{aligned} \langle \beta_1^{(0)} \rangle &= \\ &= \left\langle \frac{4P_0 i \omega_a I_{II}}{n^2 BR} \frac{\partial K_{\psi\rho_r}(t_1, t_2)}{\partial t_1} + \frac{2P_0 i \omega_a}{n^2 BH} \left[I_{II} \frac{\partial^2 K_{\phi\rho_\tau}(t_1, t_2)}{\partial t_1^2} + \pi I_{II} \frac{\partial^2 K_{\phi\rho_r}(t_1, t_2)}{\partial t_1^2} + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + m_T R_T L \frac{\partial^2 K_{\phi\rho_r}(t_1, t_2)}{\partial t_1^2} \right] \right\rangle. \end{aligned} \quad (10)$$

Таким образом, для определения сдвига нуля в первом приближении достаточно знать корреляционные функции связи между углом дифферента (тангажа) $\psi(t)$ и упругими радиальными перемещениями боковой поверхности поплавка $\rho_r(t)$, а также между углом рыскания $\phi(t)$ и радиальными $\rho_r(t)$ и тангенциальными $\rho_\tau(t)$ перемещениями боковой поверхности поплавка. Кроме того, должна быть задана корреляционная функция связи между углом рыскания $\phi(t)$ и изгибными колебаниями торца поплавка под действием акустической волны. Эти функции могут быть определены экспериментально.

Если принять углы качки корпуса РН и упругие перемещения поплавка под действием проникающего акустического излучения случайными и стационарно связанными функциями, то есть такими, для которых взаимные корреляционные функции зависят только от разности моментов времени $\tau = (t_2 - t_1)$, то можно будет записать следующие соотношения:

$$K_{\psi\rho_r} = \frac{\partial}{\partial t_1} K_{\psi\rho_r} = -\frac{d}{d\tau} K_{\psi\rho_r}(\tau) \Big|_{\tau=t_2-t_1};$$

$$K_{\varphi\rho_r} = \frac{d}{d\tau} K_{\varphi\rho_r}(\tau) \Big|_{\tau=t_2-t_1}; \quad K_{\dot{\varphi}\rho_r} = \frac{d}{d\tau} K_{\dot{\varphi}\rho_r}(\tau) \Big|_{\tau=t_2-t_1}. \quad (11)$$

Сдвиг нуля получим из (10), используя соотношение (11):

$$\langle \overline{\beta_1^{(0)}} \rangle = \left\langle \frac{-4P_0 i \omega_a I_{II}}{n^2 BR} \dot{K}_{\varphi\rho_r}(0) + \frac{2P_0 i \omega_a}{n^2 BH} [I_{II} \ddot{K}_{\varphi\rho_r}(0) + \pi I_{II} \ddot{K}_{\dot{\varphi}\rho_r}(0) + m_T R_T L \ddot{K}_{\varphi\rho_r}(0)] \right\rangle. \quad (12)$$

Проиллюстрируем сказанное. Найдем сдвиг нуля при следующем виде корреляционных функций связи:

$$K_{ij} = \frac{1}{2} \rho_{ij}^2 \cos(\gamma\tau + \delta_{ij}).$$

$$\text{Тогда } \dot{K}_{ij}(0) = -\rho_{ij}^2 \gamma \sin \delta_{ij}; \quad \ddot{K}_{ij}(0) = -\rho_{ij}^2 \gamma^2 \cos \delta_{ij}.$$

После подстановки в (12) имеем:

$$\begin{aligned} \langle \overline{\beta_1^{(0)}} \rangle &= \\ &= \frac{4P_0 i \omega_a I_{II}}{n^2 BR} \rho_{\varphi\rho_r}^2 \gamma \sin(\delta_{\varphi\rho_r}) - \frac{2P_0 i \omega_a}{n^2 BH} [I_{II} \rho_{\varphi\rho_r}^2 \gamma^2 \cos(\delta_{\varphi\rho_r}) + \pi I_{II} \rho_{\dot{\varphi}\rho_r}^2 \gamma^2 \cos(\delta_{\dot{\varphi}\rho_r}) + \\ &\quad + m_T R_T L \rho_{\varphi\rho_r}^2 \gamma^2 \cos(\delta_{\varphi\rho_r})]. \end{aligned} \quad (13)$$

Выводы

Результаты исследований дают возможность количественной и качественной оценок погрешности двухстепенного поплавкового гироскопа при одновременном воздействии на него качки летательного аппарата и акустической вибрации поверхности поплавка.

Представляет интерес расширение поставленной задачи на случай диффузных звуковых полей и механического импеданса подвеса на симметричную составляющую звуковой волны.

Литература

1. Мельник В.М., Карачун В.В. Додаткові похибки гіроскопа в акустичному середовищі // Вісник НТУУ «КПІ». Серія Приладобудування. – 2005. – Вип.. 29. – С. 33-36.
2. Мельник В.Н., Карачун В.В. Нелинейные колебания в полиагрегатном подвесе гироскопа: (Монография) / В.Н. Мельник, В.В. Карачун; Нац. техн. ун-т Украины «КПИ». –К.: «Корнейчук», 2008. – С. 80 - 82.

Мельник В.М., Карачун В.В. **Похибки по плавкого гіроскопа за випадкових звукових полів ревербераційного простору**

Аналитично описується механізм появи додаткових похибок поплавкового двохступеневого гіроскопа за випадкового кутового руху фюзеляжа літального апарату та проникаючого акустичного випромінювання. Припускається, що механічний імпеданс антисиметричної складової звукової хвилі набагато менший за симетричну.

Mel'nik V.N., Karachun V.V. **Errors of float gyroscope in the casual acoustic fields of reverberation space**

The mechanism of appearance of additional errors of float two-stedate gyro is analytically described at casual character of angular motion of fuselage of aircraft and penetrable acoustic radiation. The mechanical impedance of anti-symmetric constituent of sound-wave is assumed far less a symmetric constituent

Надійшло до редакції
10 липня 2009 року

УДК 629.7.054

ВЛИЯНИЕ ДИФРАКЦИОННЫХ ЯВЛЕНИЙ НА ПОГРЕШНОСТЬ СИСТЕМЫ КОРРЕКЦИИ ГИРОГОРИЗОНТА

*Ковалец О.Я., Национальный технический университет Украины
«Киевский политехнический институт», г. Киев, Украина*

Статья посвящена описанию природы появления дополнительной погрешности гироскопа вследствие дифракционных явлений проникающего акустического излучения на чувствительном элементе системы коррекции

Введение

К гироскопическим устройствам, используемым в инерциальных навигационных системах, в системах автоматической стабилизации объектов и т.п., предъявляются весьма высокие требования в отношении погрешностей показаний в условиях больших перегрузок, вибрации, ударных, кинематических и других возмущающих воздействий. Поэтому их усовершенствование, в основном, осуществлялось по пути снижения моментов сил сухого трения в опорах подвеса гироскопа, обеспечения его вибрационной и ударной устойчивости и т.д. Технической реализацией этих требований явилось создание гироскопов с поплавковым подвесом, в которых за счет архимедовой силы жидкости существенно снижаются моменты сил трения в осях подвеса. Жидкостный (гидростатический) подвес обеспечивает также демпфирование колебаний подвижной части.

Достижения практической космонавтики существенно расширили и вывели на качественно новый уровень сложившиеся представления о характере рассеяния энергии акустических полей в механических системах бортовой аппаратуры летательных аппаратов, определили перспективы развития и совершенствования измерителей механических величин, очертили круг теоретических и прикладных задач проектирования приборов и устройств командно-измерительных комплексов ракет-носителей. Вместе с тем, остается много нерешенных проблем качественной и количественной оценки упругого взаимодействия, внешних возмущающих факторов, в частности, акустического излучения с бортовой аппаратурой. В первую очередь, это относится к носителям кинетического момента, имеющим целый ряд особенностей функционирования. Речь идет о гироскопических приборах, основное назначение которых – создание на подвижных объектах нескольких (или системы) ориентирных направлений.

Особенностью излучения звука аэродинамическим потоком является наличие сферических звуковых волн и остронаправленных интенсивных волн Маха, которые и являются основным источником шума. Величина среднего квадрата акустического давления, например, высокоскоростных ракет, может быть определена известной формулой Лайтхилла.

Как оказалось, проникающее акустическое излучение высокого уровня (выше 150 дБ) оказывает существенное влияние на подвес гироскопа [1], системы коррекции [2], элементную базу бортовой аппаратуры в целом [3], и в

своей совокупности может радикально повлиять на соответствие Паспортным характеристикам приборов управления. Особенно остро это влияние проявляется при наступлении волнового совпадения.

Постановка задачи

Нарушение функциональных свойств чувствительных элементов систем коррекции неизбежно приведет к погрешностям построения заданного ориентирного направления. В частности, к построению вертикали места с помощью гиригоризонта с шариковой коррекцией.

Изучим природу явления в предположении абсолютной твердости стального шарика и в пренебрежении другими эффектами.

Целью исследований является аналитическое описание механизма воздействия прошедшей звуковой волны на шариковую коррекцию гиригоризонта.

Изложение основного материала

В качестве примера рассмотрим одну из технических реализаций гиригоризонта.

Основу конструкции, как всегда, составляет гироскоп 1 с тремя степенями свободы, установленный в кардановом подвесе с вертикальной (в положении равновесия на неподвижном основании) осью собственного вращения ротора (рис. 1). Над кожухом имеется так называемая каретка 4 с прорезью 5, в которой помещен стальной шарик 6, перекатывающийся в кольцеобразном желобе на поверхности кожуха. Каретка приводится во вращение устройством из постоянного магнита 2, насаженного на ось ротора гироскопа, и стаканчика 3, жестко связанного с кареткой. При вращении магнита вместе с ротором, наводимые в стаканчике 3 вихревые токи, взаимодействуя с магнитом, создают момент, направленный в сторону вращения ротора. Скорость вращения каретки регулируется специальным анкерным механизмом.

Если ось гироскопа в начальный момент времени была вертикальна, то ось фигуры будет описывать конус, так как момент, создаваемый шариком, будет менять свое положение со скоростью, приблизительно равной угловой скорости вращения каретки. При отклонении оси гироскопа от вертикали шарик стремится скатиться вниз по наклонной плоскости и, тем самым, будет тормозить или ускорять движение каретки.

При звуковом воздействии, например, в виде плоской волны избыточного давления P , чувствительный элемент системы коррекции – шарик – получит

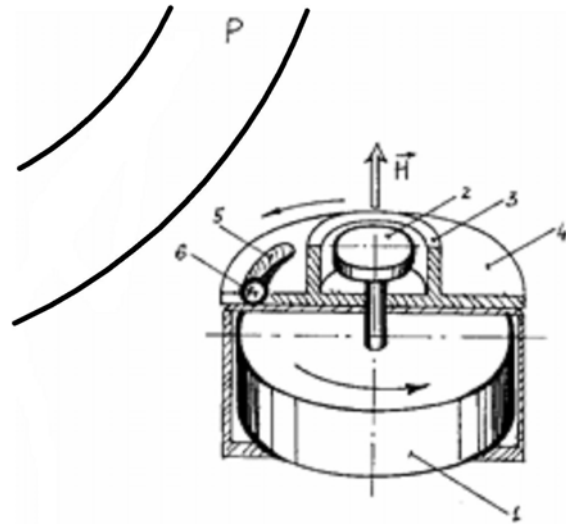


Рис. 1. Гиригоризонт с шариковой коррекцией

направленное движение в сторону распространения звука (рис. 3).

Определим перемещение шарика под действием акустической волны, считая его абсолютно твердым телом свободным от закреплений и совершающего чистое качение, без проскальзывания. Влиянием стенок желоба на шарик будем пренебрегать.

Пусть в окружающей среде распространяется нестационарная волна давления с потенциалом $\Phi(y - ct) = \Phi(\xi)$, фронт которой в момент времени $t = 0$ соприкасается с поверхностью исходно неподвижного шарика (рис. 2).

В фазовой плоскости (y, t) функция $\Phi(y - ct)$ сохраняет постоянное значение на линиях $(y - ct) = const$, поверхность $U = \Phi(y - ct)$ цилиндрическая с образующими, параллельными прямой $y = ct$, направляющая поверхности – кривая $\Phi(y - ct)$ при $t = 0$ (рис. 2). Потенциал скорости дифракционной волны пусть будет $\varphi(x, y, z, t)$.

Тогда, с учетом линейности задачи, дифференциальное уравнение движения шарика можно записать в виде

$$I\varepsilon(t) = R\rho \iint_S \frac{\partial}{\partial t} [\Phi(y - ct) + \varphi(x, y, z, t)] \cos(\hat{n}, y) dS, \quad (1)$$

где I – момент инерции шарика относительно точки соприкосновения с поверхностью качения; $\varepsilon(t)$ – угловое ускорение шарика; R – радиус шарика; ρ – плотность воздуха; $\Phi(y - ct)$ – потенциал скорости падающей волны давления; c – скорость звука; $\varphi(x, y, z, t)$ – потенциал скорости дифракционной волны; n – направление внешней нормали к поверхности S шарика.

Для потенциала φ справедливо следующее трехмерное волновое уравнение:

$$\Delta\varphi(x, y, z, t) - c^{-2} \frac{\partial^2 \varphi(x, y, z, t)}{\partial t^2} = 0, \quad (2)$$

а начальные условия имеют вид

$$\Phi(y - t)|_{t=0} = 0;$$

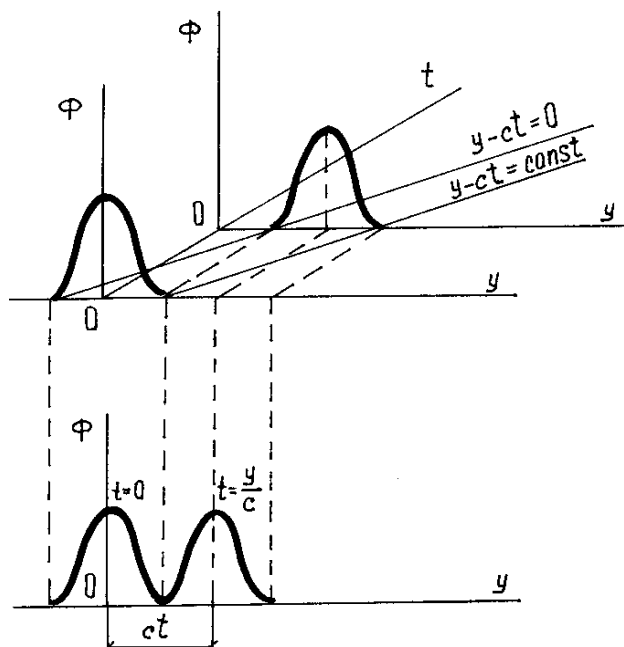


Рис. 2. Потенциал скорости падающей волны

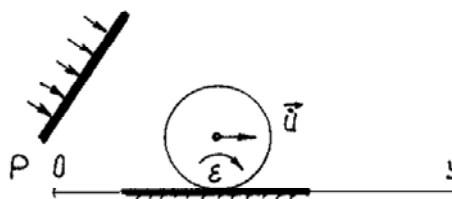


Рис. 3. Схема воздействия акустического излучения на шарик коррекционного механизма

$$\begin{aligned} \varphi(x, y, z, t)|_{t=0} &= 0; \\ \frac{\partial \varphi(x, y, z, t)}{\partial t} \Big|_{t=0} &= 0. \end{aligned} \quad (3)$$

При $r = (x^2 + y^2 + z^2)^{\frac{1}{2}} \rightarrow \infty$ функція $\varphi(x, y, z, t) \rightarrow 0$, а на поверхні тела имеют место граничные условия

$$\frac{\partial \varphi(x, y, z, t)}{\partial n} = -\frac{\partial \Phi(y - ct)}{\partial n} + \frac{dU(t)}{dt} \cos(\hat{n}, y). \quad (4)$$

Определим закон движения шарика. Для этого, проинтегрировав дважды выражение (1) по времени в пределах от $t = 0$ до t , с учетом обозначенных начальных условий, определим поступательное перемещение шарика

$$U(t) = \varphi R = \rho I^{-1} R^2 \iint_S \left[\Phi_1 \cos(\hat{n}, y) + \varphi_1 \cos(\hat{n}, y) \right] dS, \quad (5)$$

где $\Phi_1 = \int_0^t \Phi(y - c\tau) d\tau$; $\varphi_1 = \int_0^t \varphi(x, y, z, \tau) d\tau$.

Таким образом, перемещения частиц воздуха будут выражаться через функции Φ_1 и φ_1 формулами

$$\vec{V}_{\text{ш}} = \text{grad} \Phi_1; \quad \vec{W}_{\text{ш}} = \text{grad} \varphi_1, \quad (6)$$

причем \vec{V} – перемещение, вызванное падающей волной, т.е. перемещение, которое было бы, если бы шарика в воздухе не было, а \vec{W} – дополнительное перемещение, обусловленное дифракцией.

Поскольку падающая волна распространяется вдоль оси y , постольку

$$\vec{V}_{\text{ш}} = \frac{\partial \Phi_1}{\partial y} \cdot \vec{j} = \vec{j} V_{\text{ш}}. \quad (7)$$

Для функции φ_1 справедливо уравнение

$$\Delta \varphi_1 = c^{-2} \frac{\partial \varphi}{\partial t} \quad (8)$$

и граничным условиям на поверхности шарика

$$\frac{\partial \varphi_1}{\partial n} = -\frac{\partial \Phi_1}{\partial n} + U \cos(\hat{n}, y) = (U - V_{\text{ш}}) \cos(\hat{n}, y). \quad (9)$$

Выражения (8) и (9) получаются путем интегрирования по времени условий (2) и (4) соответственно с учетом (3).

Следует заметить, что если полный импульс давления конечный по величине, т.е.

$$I = \int_0^{\infty} P dt = -\rho \int_0^{\infty} \frac{\partial \Phi}{\partial y} dt = \text{const}, \quad (10)$$

то сходятся несобственные интегралы $\lim_{t \rightarrow \infty} \Phi_1(y, t)$ и $\lim_{t \rightarrow \infty} \varphi_1(y, t)$ и перемещение $V_{\text{ш}}$ останется при $t \rightarrow \infty$ конечным по величине, стремясь к некоторому пределу

$$V_{\infty} = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{\partial \Phi_1}{\partial y}. \quad (11)$$

Поскольку

$$\left. \frac{\partial \varphi(x, y, z, t)}{\partial t} \right|_{t=0} = 0,$$

то при установившемся процессе, т.е. при $t \rightarrow \infty$, будет иметь место соотношение

$$\left. \frac{\partial \varphi(x, y, z, t)}{\partial t} \right|_{t=\infty} = 0$$

и

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \varphi_1(x, y, z, t) = \varphi_{1\infty},$$

причем

$$\Delta \varphi_{1\infty} = 0.$$

Потенциал скорости падающей волны $\Phi(y - ct)$, а, следовательно, и его интеграл Φ_1 , не имеют особенностей внутри области, занимаемой шариком. На этом основании, в соответствии с формулой Остроградского, можно записать

$$\rho \iint_S \Phi_1(y, t) \cos(\hat{n}, y) ds = \rho \iiint_{V_0} \frac{\partial \Phi_1(y, t)}{\partial y} dV_0 = \rho \iiint_{V_0} V_{\text{ш}}(y, t) dV_0, \quad (12)$$

где справа интегрирование ведется по всему объему, занимаемому шариком.

Тогда

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \rho \iiint_{V_0} V_{\text{ш}}(y, t) dV_0 = \rho V_{\infty} \iiint_{V_0} dV_0 = \rho V_{\infty} V_0 = M_0 V_{\infty}, \quad (13)$$

где $M_0 = \rho V_0 = \frac{4}{3} \rho \pi R^3$ – масса воздуха, вытесненного шариком.

Что касается второго интеграла выражения (5), то, согласно (9), он может быть записан следующим образом

$$\rho \iint_S \varphi_1 \cos(\hat{n}, y) ds = \rho \iint_S (U - V_{\text{ш}}) \varphi_1 \frac{\partial \varphi_1}{\partial n} dS. \quad (14)$$

$$U(t) = \frac{5}{7} \frac{\rho}{M} \iiint_{V_0} V_{\text{ш}}(y, t) dV_0 + \frac{5}{7} \frac{\rho}{M} \iint_S (U - V_{\text{ш}})^{-1} \varphi_1 \frac{\partial \varphi_1}{\partial n} dS, \quad (15)$$

здесь обозначено $I = \frac{7}{5} MR^2$ – момент инерции шарика относительно точки качения.

Для нахождения $U(t)$ необходимо определить функцию $\varphi_1(x, y, z, t)$, которая при принятой общей постановке задачи, разумеется, вычислена быть не может.

Поэтому будем искать не $U(t)$, а только окончательные перемещения

$$U_{\infty} = \lim_{t \rightarrow \infty} U(t). \quad (16)$$

Такого предела, вообще говоря, может и не быть. Однако в нашем случае, в предположении конечного по величине импульса давления, частицы воздуха получают конечные перемещения и можно ожидать, что в этом случае конечным будет и перемещение шарика.

Итак, пусть $t \rightarrow \infty$, $V_{ш} \rightarrow V_{ш\infty}$, а $U \rightarrow U_{\infty}$. Тогда из уравнения (15) следует, что

$$U_{\infty} = \frac{5}{7} M_0 V_{ш\infty} + \frac{5}{7} \rho M^{-1} (U_{\infty} - V_{ш\infty})^{-1} \lim \iint_S \varphi_1 \frac{\partial \varphi_1}{\partial n} dS. \quad (17)$$

Таким образом, требуется определить

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \iint_S \varphi_1 \frac{\partial \varphi_1}{\partial n} dS = \iint_S \varphi_{1\infty} \frac{\partial \varphi_{1\infty}}{\partial n} dS, \quad (18)$$

$$\varphi_{1\infty} = \lim_{t \rightarrow \infty} \varphi_1 = f(x, y, z). \quad (19)$$

Функция φ_1 подчиняется уравнению (8), правая часть которого стремится к нулю при $t \rightarrow \infty$, поскольку она пропорциональна давлению в дифракционной волне. Поэтому $\varphi_{1\infty}$ – функция гармоническая. Она затухает при $r \rightarrow \infty$, а на поверхности шарика подчиняется условию

$$\frac{\partial \varphi_1}{\partial n} = A \cos(\hat{n}, y), \quad (A = U_{\infty} - V_{ш\infty} = const). \quad (20)$$

Отсюда следует, что $\varphi_{1\infty}$ может быть отождествлена с потенциалом течения безграничной газовой среды при движении в ней рассматриваемого тела с постоянной скоростью A в направлении оси y . При этом представляет интерес не столько сама эта функция, сколько лишь интеграл (18).

Преобразуем его по формуле Грина с учетом того, что при $r = [x^2 + y^2 + z^2]^{\frac{1}{2}} \rightarrow \infty$ функция φ_1 стремится к нулю как r^{-2} .

Тогда получим

$$\begin{aligned} \iint_S \varphi_{1\infty} \frac{\partial \varphi_{1\infty}}{\partial n} dS &= 2^{-1} \iint_S \frac{\partial (\varphi_{1\infty})^2}{\partial n} dS = \\ &= - \iiint_{V_0} \left[\left(\frac{\partial \varphi_{1\infty}}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \varphi_{1\infty}}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial \varphi_{1\infty}}{\partial z} \right)^2 \right] dV_0. \end{aligned} \quad (21)$$

В правой части этого равенства интегрирование распространяется по области задания $\varphi_{1\infty}$, т.е. по всему объему воздуха. Таким образом, задача сведена к вычислению интеграла

$$T = 2^{-1} \rho \iiint_{V_0} \left[\left(\frac{\partial \varphi_{1\infty}}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \varphi_{1\infty}}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial \varphi_{1\infty}}{\partial z} \right)^2 \right] dV_0. \quad (22)$$

Но это есть кинетическая энергия идеальной несжимаемой среды в задаче с граничными условиями (20). В первом приближении нашу задачу можно рассматривать именно такой, ввиду воздействия акустического излучения высокой интенсивности 160...180 децибел. Тогда следует, что

$$T = 2^{-1} \mu_y M_0 A^2, \quad (23)$$

где μ_y – коэффициент присоединенной массы для рассматриваемого шарика при его движении вдоль оси y .

На основании (21), (22), (23), и (20), выражение (16) примет вид

$$MU_\infty = \frac{5}{7} M_0 V_{\text{ш}\infty} - \frac{5}{7} \mu_y M_0 A = \frac{5}{7} M_0 V_{\text{ш}\infty} - \frac{5}{7} M_0 (U_\infty - V_{\text{ш}\infty}); \quad (24)$$

$$U_\infty = \frac{5}{7} (1 + \mu_y) \frac{V_{\text{ш}\infty}}{\mu_y + MM_0^{-1}}.$$

Таким образом, предположение о том, что существует предельное значение перемещения (16), не привело к противоречию и подтверждается окончательной формулой (24). Очевидно, что с прекращением действия акустического излучения, гироскоп будет работать в номинальном режиме, предусмотренным Паспортным.

Выводы

Проведенные исследования подтверждают изначальные предположения о перемещении коррекционного шарика в сторону распространяющейся звуковой волны. Указано на возможность достижения предельного значения этого перемещения.

Представляет научный и практический интерес дальнейшее изучение этого явления в условиях реверберационного пространства и диффузной структуры звукового поля.

Литература

1. Карачун В.В., Мельник В.Н., Саверченко В.Г. Некоторые аспекты влияния проникающего акустического излучения на приборы и системы инерциальной навигации // *Космічна наука і технологія*. – 2004. – Т.10. – №4. – С. 50-59.
2. Карачун В.В., Потапова Е.Р., Мельник В.Н. О погрешности построения вертикали при старте носителей // *Космічна наука і технологія*. – 1999. – Т. 5. – № 4. – С.70-74.
3. Карачун В.В. Двумерная задача упругого взаимодействия акустического излучения маршевых двигателей с плоскими элементами конструкции КА // *Космічна наука і технологія*. – 1997. – Т 3, – № 5/6. – С. 92-97.

Ковалець О.Я. **Вплив дифракційних явищ на похибку системи корекції гірогоризонта**
Стаття присвячена опису природи появи додаткової похибки гірогоризонта внаслідок дифракційних явищ проникаючого акустичного випромінювання на чутливому елементі системи корекції.

Kovalets O.Ya. **Influence of diffraction phenomena on correction system's error of gyrohorizon**
The article is devoted to discription of nature of appearance of additional error of gyrohorizon from the diffraction phenomena of penetrable acoustic radiation on the pickoff of the system of correction.

*Надійшло до редакції
10 липня 2009 року*