

ГІПОТЕЗИ. НЕСТАНДАРТНІ МЕТОДИ РІШЕННЯ НАУКОВИХ ТА ІНЖЕНЕРНИХ ПРОБЛЕМ ПРИЛАДОБУДУВАННЯ

УДК 621.314

СПЕКТР ФУНКЦІЇ РОЗПОДІЛУ ПРИ КВАНТИЛЬНІЙ ОЦІНЦІ ВИПАДКОВИХ ПОХИБОК

Майстренко В.М., Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут», м. Київ, Україна

Знайдені формули для розрахунку спектра функції розподілу та другого енергетичного спектра похибки із заданою довірчою ймовірністю. Отримані формули можуть бути використані для проведення інженерних розрахунків випадкових похибок при їх квантильній оцінці

Вступ

В різних задачах теорії вимірювань виникає необхідність підсумовувати випадкові похибки. Наприклад при проектуванні вимірювальних пристроїв, котрі складаються з окремих блоків, а ті, в свою чергу, - з окремих елементів, сумарна похибка пристрою буде визначатися похибками окремих елементів та блоків, які для визначення сумарної похибки потрібно підсумовувати. Аналогічна задача виникає при непрямих вимірюваннях, коли потрібно підсумовувати випадкові похибки прямих вимірювань. Складові похибки можуть мати різне походження. Крім основної похибки потрібно враховувати похибку від коливання температури, напруги живлення, тиску тощо.

При визначенні похибки як прямих, так і непрямих вимірювань, до похибок засобів вимірювань, які використовуються, повинні бути додані методичні похибки, похибки, що виникають при відліку показань та інші похибки, котрі обов'язково мають місце. Всі складові похибки повинні розглядатися як випадкові величини, що приймають різні значення (систематичні складові похибок підсумовуються окремо). З випадковими величинами дуже важко мати справу, тому в теорії ймовірностей намагаються від випадкових процесів перейти до еквівалентних детермінованих, за допомогою яких і виконуються необхідні математичні операції. Такий перехід здійснюється введенням поняття функції розподілу [1], коли набір реалізацій, в котрих випадкові величини можуть приймати будь-які різні значення, усереднюється та замінюється однією функцією в іншій системі координат. Сумісна дія випадкових величин може бути описана багатомірним законом розподілу.

В сучасній теорії підсумовування похибок для спрощення задачі підсумовування замість визначення багатомірних законів розподілу підбирають для характеристики складових різні числові оцінки, наприклад середнє квадратичне значення, ексцес, контрексес тощо. Операція з ними дозволяє визначити відповідні числові чинники результуючої похибки без визначення багатомірних

або результуючих одномірних законів розподілу випадкових величин, що розглядаються. Але такий метод дає досить приблизну оцінку сумарної похибки.

Для оцінки випадкових похибок частіше за все використовується їх квантильна оцінка [1].

Постановка завдання

У роботах [2 – 7] запропоновано для оцінки випадкових процесів використовувати не тільки функцію розподілу, а її спектр Фур'є — спектр функції розподілу (СФР).

В [8] показано, що підсумовування випадкових похибок дуже зручно виконувати за допомогою других енергетичних спектрів окремих складових похибок, які знаходяться на підставі функцій розподілу похибок та СФР.

Обчислення СФР випадкових похибок зводиться до знаходження їх спектрів Фур'є, тобто така задача є тривіальною. Але при квантильній оцінці випадкових похибок вона ускладнюється тим, що пряме використання перетворення Фур'є не завжди виявляється зручним. Існують інші підходи для визначення СФР та другого енергетичного спектра при квантильній оцінці випадкових похибок, які й розглянемо.

Спектральне уявлення випадкових похибок з квантильною оцінкою

При квантильній оцінці випадкової похибки як основа є функція розподілу, яка за допомогою вертикальних ліній з координатами $-X$ та X (квантилями) розподіляється на три частини (рис. 1). Якщо функція розподілу описує тільки випадкову похибку, то математичне сподівання такого процесу дорівнює нулю, центр розподілу співпадає з віссю ординат. Розподіл похибок приладів або результатів вимірювань зазвичай є симетричним. Тому відносно до розподілу ймовірностей похибок центр розподілу може бути визначеним як центр симетрії розподілу [1]. Крім того вважається, що квантильна випадкова похибка є симетричною і квантилі завжди розташовують симетрично відносно вісі симетрії. Через це після розділення функції розподілу на три частини, дві з них майже завжди будуть од-

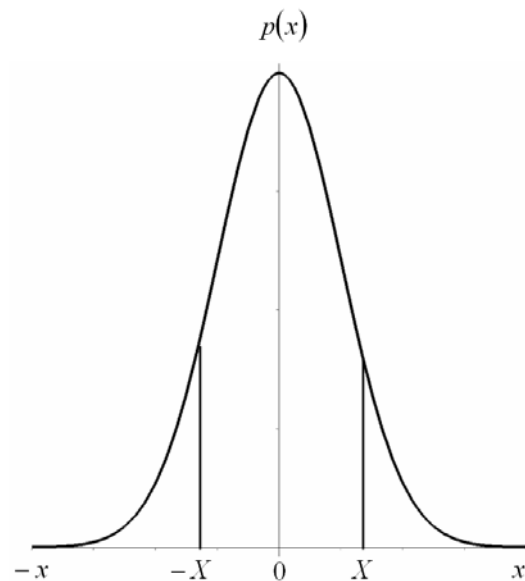


Рис. 1. Функція розподілу

наковими і їх можна об'єднати і вважати, що функція розподілу розділена на дві частини.

СФР можна визначити безпосередньо за допомогою перетворення Фур'є, вводячи як границі інтегрування значення граничної похибки X :

$$S_{pд}(\omega) = \int_{-X}^X p(x)e^{-j\omega x} dx,$$

де $S_{pд}(\omega)$ — довірчий СФР.

Але часто зручніше користуватися іншим способом визначення СФР. Від частин функції розподілу можна перейти до їх СФР. Через те, що перетворення Фур'є є лінійною операцією, розбиття функції розподілу на частини призведе до створення відповідних частин СФР, тобто

$$\begin{aligned} S_p(\omega) &= \int_{-\infty}^{\infty} p(x)e^{-j\omega x} dx = \int_{-\infty}^{-X} p(x)e^{-j\omega x} dx + \int_{-X}^X p(x)e^{-j\omega x} dx + \\ &+ \int_X^{\infty} p(x)e^{-j\omega x} dx = S_{p-}(\omega) + S_{pд}(\omega) + S_{p+}(\omega), \end{aligned} \quad (1)$$

де $S_{p-}(\omega)$ та $S_{p+}(\omega)$ — позитивний та негативний залишок СФР.

Для оцінки взаємодії незалежних випадкових процесів будемо використовувати другий енергетичний спектр випадкового процесу. Операція диференціювання теж є лінійною, тому друга похідна від суми спектрів є сумою других похідних від складових спектрів, тобто

$$S_p''(\omega) = S_{pд}''(\omega) + S_{p-}''(\omega) + S_{p+}''(\omega). \quad (2)$$

На підставі (2), для другого енергетичного спектра

$$F(\omega) = F_{д}(\omega) + F_{p-}(\omega) + F_{p+}(\omega) \quad (3)$$

Функцію розподілу, розділену вертикальними лініями на частини (рис. 1), виходячи з (1), можна уявити як суму її добутків на прямокутний імпульс

$$f_{\Pi}(x) = \begin{cases} 1 & \text{при } -X \leq x \leq X, \\ 0 & \text{при } x < -X \text{ т } x > X, \end{cases} \quad (4)$$

та одиничні стрибки $f_{-1}(x)$ та $f_{+1}(x)$, що відбуваються відповідно в моменти часу $-X$ та X .

На рис. 2 показана взаємодія функції розподілу з прямокутним імпульсом (функція $f_{\Pi}(x)$), а на рис. 3 — з одиничними стрибками, тобто функціями $f_{-1}(x)$ та $f_{+1}(x)$. Використовуючи пряме перетворення Фур'є можна знайти спектри цих сигналів.

Спектр прямокутного імпульсу [12]

$$S_{\Pi}(\omega) = \frac{2 \sin(\omega X)}{\omega}. \quad (5)$$

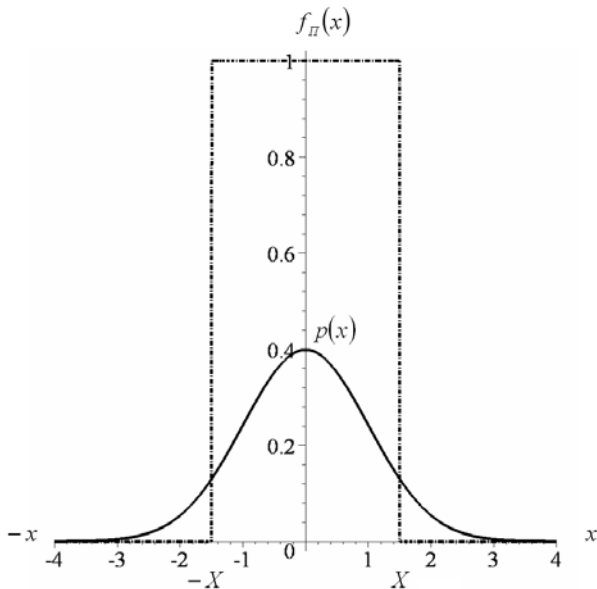


Рис. 2. Взаємодія функції розподілу з прямокутним імпульсом.

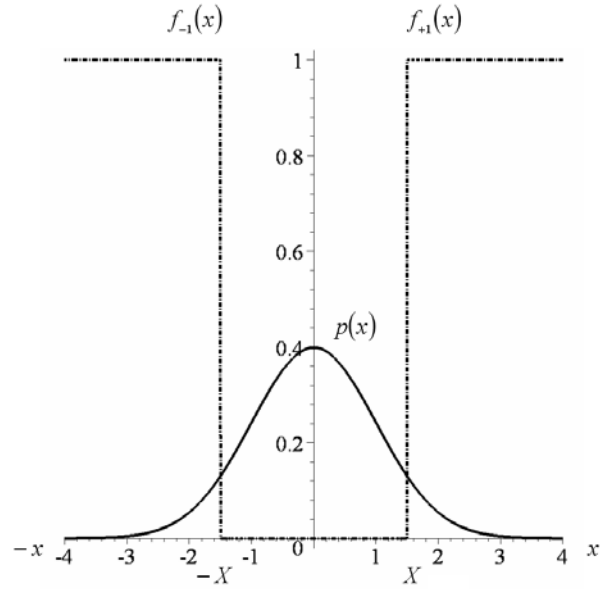


Рис. 3. Взаємодія функції розподілу з одиночними стрибками.

Спектр одиночного стрибка $f_{+1}(x)$ [12] з урахуванням затримки на X

$$S_{+1}(\omega) = \frac{e^{-j\omega X}}{j\omega}. \quad (6)$$

Відповідно спектр другого одиночного стрибка $f_{-1}(x)$ можна знайти аналогічно, якщо вважати, що цей стрибок знаходиться шляхом віднімання від одиночної постійної складової одиночного стрибка з випередженням на X (тобто затриманий на $-X$). Отже

$$S_{-1}(\omega) = \delta(\omega) - \frac{e^{j\omega X}}{j\omega}. \quad (7)$$

Щоб перевірити правильність отриманих результатів знайдемо спектр сумарного сигналу, тобто сигналу $f_{\Pi}(x) + f_{-1}(x) + f_{+1}(x)$. З рис. 2 та рис. 3 видно, що цей сигнал є постійною величиною, що має значення одиниці. Спектр сумарного сигналу знайдемо, склавши (5, 6 та 7):

$$\begin{aligned} S_{\Sigma}(\omega) &= S_{\Pi}(\omega) + S_{-1}(\omega) + S_{+1}(\omega) = \frac{2 \sin(\omega X)}{\omega} + \delta(\omega) - \\ &- \frac{e^{j\omega X}}{j\omega} + \frac{e^{-j\omega X}}{j\omega} = \delta(\omega) + \frac{2 \sin(\omega X)}{\omega} - \frac{e^{j\omega X} - e^{-j\omega X}}{j\omega} = \delta(\omega) + \\ &+ \frac{2 \sin(\omega X)}{\omega} - \frac{2 \sin(\omega X)}{\omega} = \delta(\omega), \end{aligned} \quad (8)$$

тобто (8) є спектром постійної складової, величина котрої (наприклад напруга), дорівнює одиниці.

Сумарний спектр двох одиночних стрибків

$$S_1(\omega) = S_{+1}(\omega) + S_{-1}(\omega) = \frac{e^{-j\omega X}}{j\omega} + \delta(\omega) - \frac{e^{j\omega X}}{j\omega} = \\ = \delta(\omega) - \frac{e^{j\omega X} - e^{-j\omega X}}{j\omega} = \delta(\omega) - \frac{2 \sin(\omega X)}{\omega}.$$

Цей результат можна було б отримати прямо, якщо від спектра постійної складової відняти спектр прямокутного імпульсу.

Функція розподілу при квантильній оцінці випадкової похибки розділяється на три окремі функції множенням її на прямокутний імпульс і відповідні два одиничні стрибки. На підставі (1) можна розглядати спектри цих окремих частин, котрі, виходячи з теореми про спектр добутку сигналів, є спектрами згорток СФР з спектрами відповідних сигналів (5, 6 та 7). Тоді СФР при квантильній оцінці випадкової похибки

$$S_{pд}(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S_{\Pi}(\nu) S_p(\omega - \nu) d\nu = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S_{\Pi}(\omega - \nu) S_p(\nu) d\nu.$$

Використаємо обидва варіанти підходу до знаходження спектра згортки. Відповідно до першого варіанту СФР при квантильній оцінці випадкової похибки

$$S_{pд}(\omega) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin(\nu X) S_p(\omega - \nu)}{\nu} d\nu. \quad (9)$$

Відповідно до другого варіанту СФР при квантильній оцінці випадкової похибки

$$S_{pд}(\omega) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin[(\omega - \nu) X] S_p(\nu)}{\omega - \nu} d\nu = \\ = \frac{1}{\pi} \left[\sin \omega X \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos \nu X}{\omega - \nu} S_p(\nu) d\nu - \cos \omega X \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin \nu X}{\omega - \nu} S_p(\nu) d\nu \right]. \quad (10)$$

З (9) та (10) можна знайти відповідні вирази для другого енергетичного спектра, знайшовши другі похідні від цих виразів:

$$F_{д}(\omega) = -\frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin(\nu X) F_p(\omega - \nu)}{\nu} d\nu \quad (11)$$

та

$$F_{д}(\omega) = -\frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin[(\omega - \nu) X] S_p(\nu)}{(\omega - \nu)^3} d\nu + \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos[(\omega - \nu) X] X S_p(\nu)}{(\omega - \nu)^2} d\nu + \\ + \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin[(\omega - \nu) X] X^2 S_p(\nu)}{\omega - \nu} d\nu. \quad (12)$$

Як бачимо, вирази для другого енергетичного спектра (11, 12) відрізняються тим, що в одному випадку згортка здійснюється з другим енергетичним СФР, а в другому — безпосередньо з СФР.

Сумарний залишок СФР, що відрізається при квантильній оцінці, може бути знайдений з (1) безпосередньо як різниця СФР та СФР при квантильній оцінці:

$$S_{p3Д}(\omega) = S_p(\omega) - S_{pД}(\omega).$$

Висновки

Квантильна оцінка похибки може здійснюватись за допомогою спектра функції розподілу.

Функція розподілу при квантильній оцінці випадкової похибки розділяється на три окремі функції множенням її на прямокутний імпульс і відповідні два одиничні стрибки.

Для інженерних розрахунків у подальшому зручно використовувати два вирази для другого енергетичного спектра, котрі відрізняються тим, що в одному з них згортка здійснюється з другим енергетичним СФР, а в другому — безпосередньо з СФР.

Література

1. Новицкий П.В., Зограф И.А. Оценка погрешностей результатов измерений. – Л.: Энергоатомиздат, 1991. – 302 с.
2. Левин Б.Р. Теоретические основы статистической радиотехники. – М.: Советское радио, 1974. – 549 с.
3. Майстренко В.М. Спектри одномірних функцій розподілу випадкових процесів // Вісник НТУУ «КПІ». Серія приладобудування. – 2003. – № 26. – С. 145 – 150.
4. Майстренко В.М. Дослідження спектрів одномірних функцій розподілу випадкових процесів // Третя науково-технічна конференція „Приладобудування – 2004: Стан і перспективи” 20 – 21 квітня 2004 р. м. Київ, Україна, Збірка наукових праць – С. 137 – 138.
5. Майстренко В.М. Дослідження спектрів одномірних функцій розподілу випадкових процесів // Вісник НТУУ «КПІ». Серія приладобудування. – 2004. – № 27. – С. 163 – 170.
6. Майстренко В.М. Спектри двомірних функцій розподілу випадкових процесів // Вісник НТУУ «КПІ». Серія приладобудування. – 2005. – № 29. – С. 160 – 168.
7. Майстренко В.М. Другий енергетичний спектр ергодичного випадкового процесу // Вісник НТУУ «КПІ». Серія приладобудування. – 2006. – № 32. – С. 158 – 170.
8. Майстренко В.М. Підсумовування випадкових похибок вимірювань // Вісник НТУУ «КПІ». Серія приладобудування. – 2007. – № 34. – С. 161 – 167.
9. Гоноровский И.С.. Радиотехнические цепи и сигналы. – М.: Советское радио, 1971. – 671 с.

<p>Майстренко В.Н. Спектр функции распределения при квантильной оценке случайных погрешностей.</p> <p>Найдены формулы для расчета спектра функции распределения и второго энергетического спектра погрешности с заданной доверительной вероятностью. Полученные формулы могут быть использованы для проведения инженерных расчетов случайных погрешностей при их квантильной оценке</p>	<p>Maystrenko V.N. Spectrum of distributing function at kvantil estimate of casual errors.</p> <p>The formulas for account of a spectrum of function of distribution and second power spectrum of an error with the given confidential probability are found. The got formulas can be utilized for conducting of engineerings calculations of random error terms at their quantile estimation</p>
--	--

*Надійшло до редакції
22 лютого 2008 року*

УДК 620.179.14.(088.8)

МЕЖІ ЗАСТОСУВАННЯ РИСКИ ЯК ОБ'ЄКТУ НАЛАГОДЖЕННЯ ПРИЛАДУ (Частина I)

¹⁾Скицюк В.І., ²⁾Вайнтрауб М.А., ¹⁾Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут», м. Київ, Україна; ²⁾Інститут професійно-технічної освіти АПН України, м. Київ, Україна

Розглянуто питання стосовно налаштування на початок координат абстрактної рухомої системи при відомій початковій швидкості та обмеженому часі вимірювання. Досліджується проблема зв'язку між швидкістю руху абстрактної системи, часом вимірювання та можливими геометричними розмірами нуля координат при орієнтуванні об'єкта у просторі

Вступ

У попередній статті [1] вже було розглянуто поняття ризику, точки та крапки, як термінологічних понять стосовно їх використання у техніці вимірів. Проте, окрім термінології, існує і технічний бік цієї проблеми, та її вплив на точність вимірювання. Оскільки це досить об'ємна проблема, то наразі вона розглядається у скороченому вигляді, стосовно орієнтації на ризик.

Ця ситуація є досить розповсюдженою при будь-яких вимірюваннях, наприклад, для стрілочних приладів тощо. Адже у такому випадку ширина стрілки є співрозмірною з шириною ризику налагодження. Тобто задача налагодження приладу з високою точністю є нагальною для прецизійних контрольно-вимірювальних операцій в будь-яких технологічних процесах, оскільки є визначенням кінцевої міри точності.

Оскільки це питання ніколи не з'ясовувалося у науково-технічній літературі, а у класичній фізиці поняття матеріальної точки ще і на цей час повністю не визначено, то звідсіля отримуємо класичну проблему орієнтування абстрактних об'єктів у просторі. Тобто існує актуальна проблема виникнення похибки вимірювання залежно від ширини ризику.

Отже, метою роботи на первинному рівні є з'ясування впливу руху абстрактної системи на її орієнтування, що дозволить виявити чинники впливу на похибку та способи її усунення. Наразі розглядаємо однокоординатний лінійний рух.

Ідеалізована однокоординатна система орієнтування

Розглянемо досить простий випадок, тобто, коли необхідно налагодити якийсь прилад на «нуль» відліку. У такому випадку задачу можна розглядати як однокоординатну. Наприклад, нам необхідно потрапити з точки x_0 у початок координат, коли ми маємо швидкість V_0 (рис.1).

При заданій ширині ризику Δ ми повинні зупинитися таким чином, щоб опинитися на відстані меншій за $\Delta/2$ від початку координат. Одразу обумовимося, що крапка «0» початку координат непорушна у просторі.

За такого способу руху система має опис через відоме диференціальне рівняння другого порядку [2, 3]:

$$m \frac{dV}{dt} = -kx - rV \quad (1)$$

Звідки маємо рівняння руху

$$\frac{d^2V}{dt^2} + 2\delta \frac{dV}{dt} + \omega_0^2 x = 0 \quad (2)$$

де V – швидкість руху; k – коефіцієнт пружності; r – коефіцієнт демпфування;

$$\delta = \frac{r}{2m}, \quad \omega_0^2 = k/r.$$

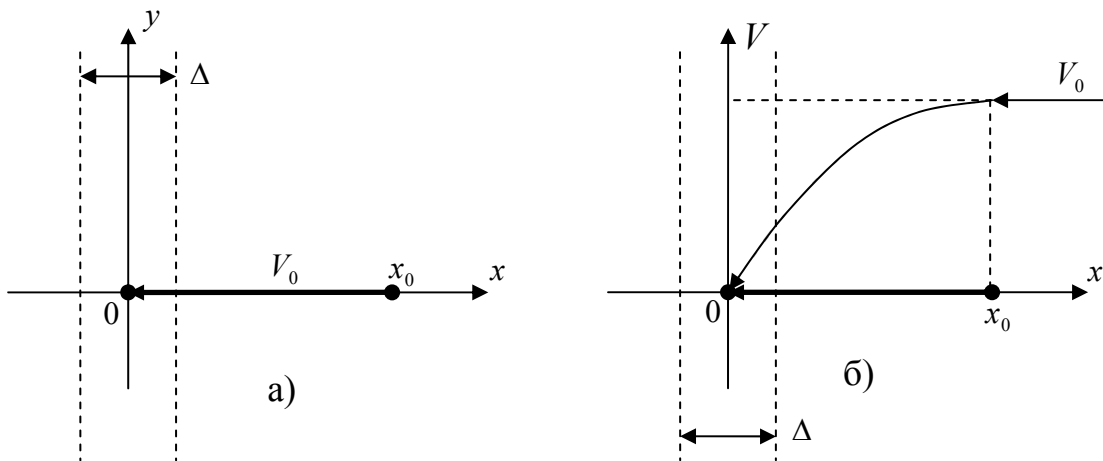


Рис.1. Однокоординатний рух до центру координат. а) діаграма напрямку, б) діаграма зміни швидкості

Стосовно нашої задачі ми маємо розглянути два випадки. А саме сильне та слабе затухання.

Для сильного затухання рівняння (2) має наступне вирішення:

$$x = A_1 e^{-\delta_1 t} + A_2 e^{-\delta_2 t} + x_0 \quad (3)$$

За умови, що координата старту є x_0 (рис.1) матимемо наступні умови:

$$x = x_0; \quad V = V_0; \quad t = 0 \quad (4)$$

Звідки маємо:

$$x_0 = A_1 + A_2 + x_0.$$

Отже, $A_1 = -A_2$.

$$V = \frac{dx}{dt} = -A_1 \delta_1 e^{-\delta_1 t} - A_2 \delta_2 e^{-\delta_2 t} + V_0 \quad (5)$$

За умови, що $V = V_0; \quad t = 0$ отримуємо

$$V = -A_1 \delta_1 + A_1 \delta_2 = -A_1 (\delta_1 - \delta_2).$$

$$A_1 = -\frac{V_0}{\delta_1 - \delta_2}; \quad A_2 = \frac{V_0}{\delta_1 - \delta_2}$$

Підставляючи значення A_1 та A_2 у вирази (3) та (5). Отримуємо часову залежність координати та швидкості.

$$\left. \begin{aligned} x &= x_0 - \frac{V_0}{\delta_1 - \delta_2} (e^{-\delta_1 t} - e^{-\delta_2 t}) \\ V &= \frac{V_0}{\delta_1 - \delta_2} (\delta_1 e^{-\delta_1 t} - \delta_2 e^{-\delta_2 t}) \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

З виразів (6) добре видно, що для того, щоб досягти координати $x = 0$ час вимірювання t повинен сягати нескінченності. З чисто логічних міркувань це є повний нонсенс з будь-якого погляду.

У виробництві, науці тощо час вимірювання завжди обмежений. А, отже, погоджуючись на цю тезу, ми завжди свідомо закладаємо похибку вимірювання. Стосовно задачі, що розглядається, - це ширина rischi, яка визначає початок координат, тобто за сталого часу вимірювання t_0 ширина rischi повинна становити:

$$\Delta = x_0 - x(t_0) \quad (7)$$

У цьому випадку повинна виконуватися умова

$$\Delta = -\frac{V_0}{\delta_1 - \delta_2} (\delta_1 e^{-\delta_1 t} - \delta_2 e^{-\delta_2 t}) \geq 0 \quad (8)$$

за швидкості руху, яка виконується згідно (6) (рис. 2).

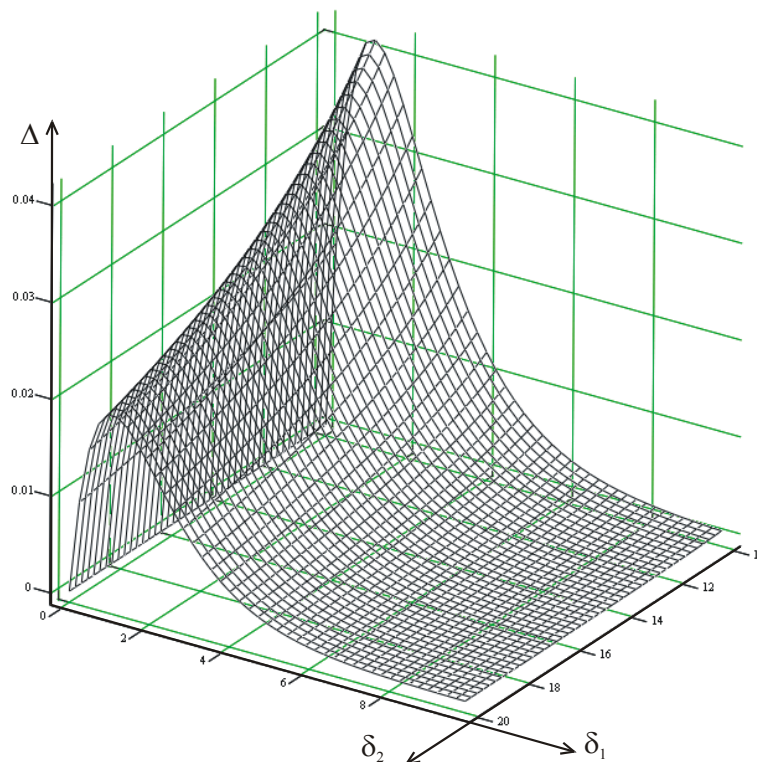


Рис.2. Залежність розмірів rischi Δ від параметрів системи руху згідно залежності (8)

Цілком логічно, що виникає запитання: Чи існують такі значення V_0 та t_0 , які б задовольняли поставленим умовам задачі ?

Якщо ми маємо $V_0 = const$, $\delta_1 = const$, $\delta_2 = const$, то з (8) матимемо:

$$\Delta' = -\frac{V_0}{\delta_1 - \delta_2} (\delta_1 e^{-\delta_1 t} - \delta_2 e^{-\delta_2 t}) = 0.$$

Отже,
$$\frac{e^{-\delta_1 t_0}}{e^{-\delta_2 t_0}} = \ln \frac{\delta_2}{\delta_1} = (\delta_2 - \delta_1) t_0.$$

Або у кінцевому випадку при $\delta_2 > 0$, $\delta_1 > 0$, $\delta_2 > \delta_1$, $t_0 > 0$ отримуємо (рис. 3):

$$t_{0eks} = t_{0min} = \frac{\ln \delta_2 - \ln \delta_1}{\delta_2 - \delta_1} \quad (9)$$

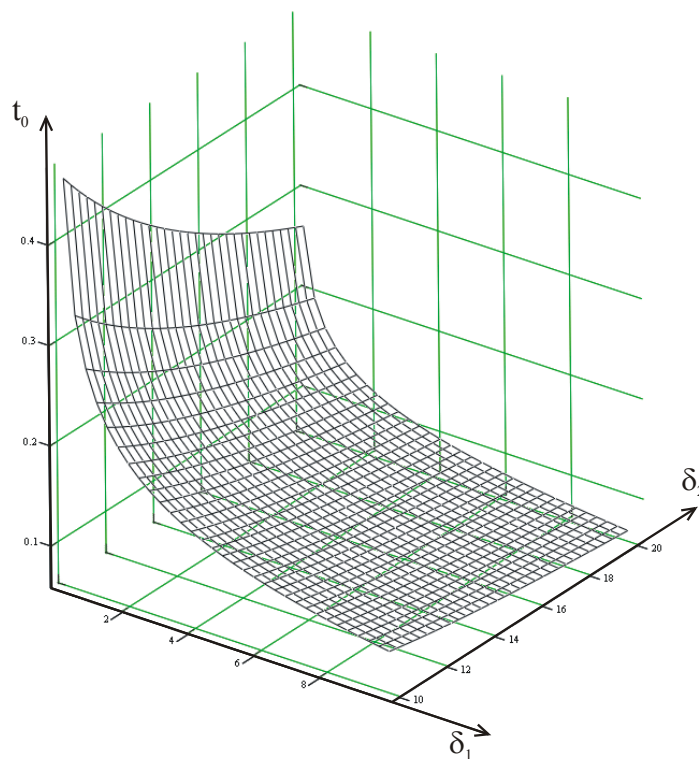


Рис.3. Залежність часу t_0 від параметрів системи руху згідно залежності (9)

Аналогічно, вирішивши задачу відносно V_0 , можна дійти висновку, що при сталих величинах δ_2 , δ_1 , t_0 швидкість необмежено наближається до нуля.

У випадку слабого затухання рівняння (2) вирішується наступним чином. Загальне рішення має вигляд:

$$x = A_0 e^{-\delta t} \sin(\omega t + \varphi) + x_0 \quad (10)$$

при цьому швидкість:

$$V = \frac{dx}{dt} = -A_0 \delta e^{-\delta t} \sin(\omega t + \varphi) + A_0 \omega e^{-\delta t} \cos(\omega t + \varphi) \Rightarrow$$

$$V = A_0 e^{-\delta t} \sqrt{\omega^2 + \delta^2} \cdot \sin\left(\arctg \frac{\omega}{\delta} - \omega t - \varphi\right) \quad (11)$$

За умови, що $x = x_0$; $V = V_0$; $t = 0$; $\varphi = 0$ отримуємо:

$$V_0 = -A_0 \delta \cdot 0 + A_0 \cdot 1 \cdot \omega \Rightarrow A_0 = \frac{V_0}{\omega} \quad (12)$$

Результат матимемо у вигляді:

$$\left. \begin{aligned} x(t) &= x_0 + \frac{V_0}{\omega} e^{-\delta t} \sin(\omega t + \varphi) \\ V(t) &= \frac{V_0}{\omega} e^{-\delta t} \sqrt{\omega^2 + \delta^2} \cdot \sin\left(\arctg \frac{\omega}{\delta} - \omega t - \varphi\right) \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

Умови потрапляння до зони Δ у межах нуля координат за час t_0 буде:

$$\Delta = x_0 - x(t)$$

Або $\Delta = -\frac{V_0}{\omega} e^{-\delta t_0} \sin(\omega t_0 + \varphi)$ при швидкості:

$$V(t) = V_0 e^{-\delta t} \sqrt{1 + \left(\frac{\delta}{\omega}\right)^2} \cdot \sin\left(\arctg \frac{\omega}{\delta} - \omega t - \varphi\right)$$

Оптимальне значення для V_0 та t_0 визначається як і у попередніх початкових умовах, тобто (рис. 4):

$$\Delta = -\frac{V_0}{\omega} e^{-\delta t_0} \sin(\omega t_0 + \varphi) \quad (14)$$

При $V_0 = const$, $\omega = const$, $\varphi = const$, матимемо наступний результат:

$$\Delta' = -\frac{V_0}{\omega} \left[-\delta e^{-\delta t_0} \sin(\omega t_0 + \varphi) + \omega e^{-\delta t_0} \cos(\omega t_0 + \varphi) \right] \Rightarrow \Delta' = 0.$$

Тобто отримуємо вираз

$$e^{-\delta t_0} \left[\omega \cos(\omega t_0 + \varphi) - \delta \sin(\omega t_0 + \varphi) \right] = 0.$$

Отже, врешті

$$\sqrt{\delta^2 + \omega^2} \sin\left(\arctg \frac{\omega}{\delta} - \omega t_0 - \varphi\right) = 0$$

$$\arctg \frac{\omega}{\delta} - \omega t_0 - \varphi = \pi k, k \in Z \quad (Z = 0; \pm 1; \pm 2)$$

$$\omega t_0 = \arctg \frac{\omega}{\delta} - \varphi - \pi k, k \in Z$$

Звідки (рис. 5)

$$t_{0\min} = \frac{1}{\omega} \left(\arctg \frac{\omega}{\delta} - \varphi - \pi k \right) \quad (15)$$

Аналогічне вирішення задачі стосовно V_0 при сталих величинах δ_1, δ_2, t_0 доводить, що швидкість необмежено наближається до нуля.

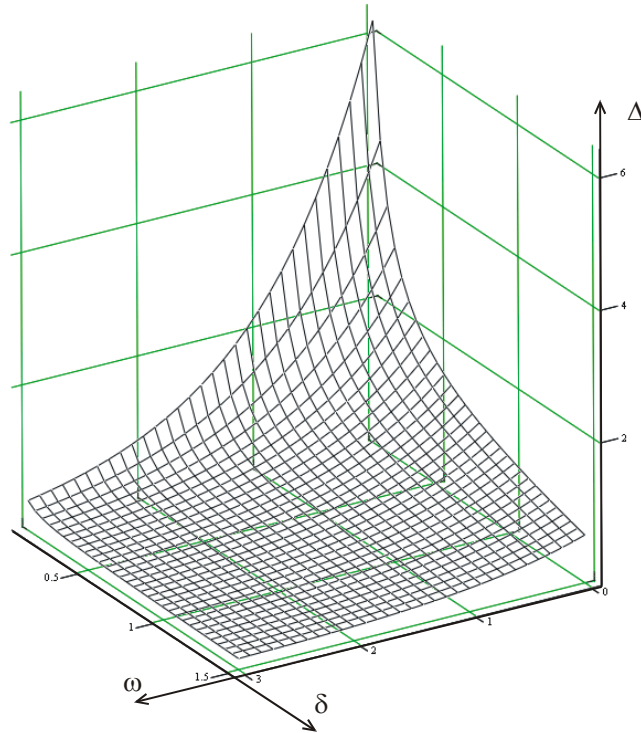


Рис.4. Залежність ширини ризику Δ від параметрів системи руху згідно залежності (14)

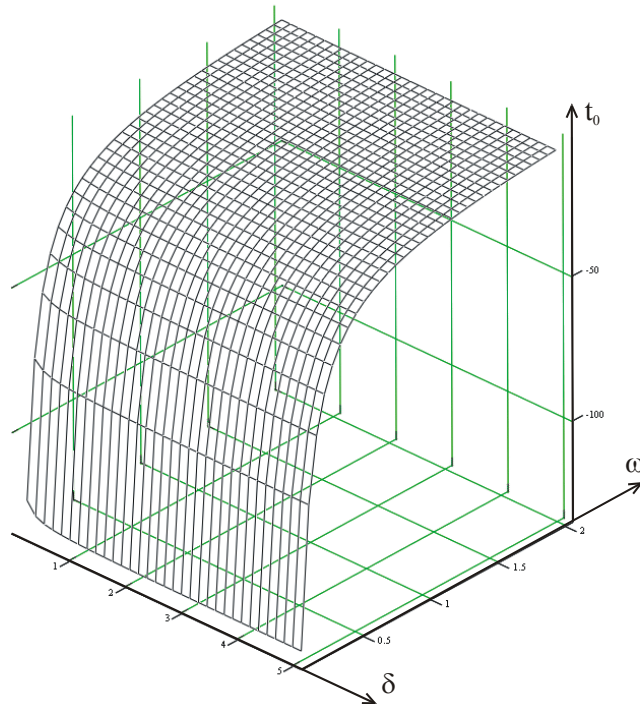


Рис.5. Залежність часу t_0 від параметрів системи руху згідно залежності (15)

Висновки

1. Навіть з неупередженого погляду дуже добре видно, що координата $x = 0$ ніколи не може бути досягнута, хоча йшлося про ідеалізовану ситуацію, коли вектор руху ідеально співпадає з віссю координат (x та y). У цьому випадку маємо чинно-наслідковий зв'язок: нема швидкості руху об'єкту – нема вимірювання.
2. Точність налаштування на ширину риски є повністю залежною від фізичних параметрів системи руху, а саме від δ_1 , δ_2 , ω , тому що вони є взаємозалежні від величини часу вимірювання t_0 .
3. Ширина риски у налагодженні є прямозалежною від параметрів системи руху, а саме δ_1 , δ_2 , ω .
4. Для кожної системи вимірювання існує таке значення t_0 , яке задовольняє не ширині риски Δ , а її параметрам δ_1 , δ_2 , ω .
5. Розглянутий випадок є взаємнообернений, оскільки рух від координати $x = 0$ до $x = x_0$ такий же, як від $x = x_0$ до $x = 0$.
6. Якщо швидкість $V \rightarrow 0$ вимірювання неможливе, оскільки координата присутності знаходиться у зоні Δ . Отже, чим ширша риска, тим менше можливостей визначитися з точністю налагодження і навпаки.

Отже, як впливає з розглянутого випадку, існують певні проблеми отримання точності навіть у ідеалізованому варіанті при стартових умовах з постій-

ною швидкістю. Тобто наступним етапом досліджень є визначення ідеалізованої ситуації за нульової стартової швидкості.

Література

1. Скицюк В.І. Поняття технологічної крапки (точки) у надточних системах вимірювання // Вісник НТУУ «КПІ». Серія приладобудування. – 2007. – № 33. – С. 164 – 170.
2. Бронштейн И. Н., Семендяев К. А. Справочник по математике для инженеров и учащихся втузов. – 13-е изд., исправл. – М.: Наука. Гл.ред. физ.-мат. лит., 1986. – 544 с.
3. Кузьмичев В.Е. Законы и формулы физики / Отв.ред. В.К.Тартаковский. – К.: Наукова думка, 1989. – 864 с.

<p>Скицюк В.И., Вайнтрауб М.А. Границы применения черты как объекта настройки прибора (Часть 1) Рассмотрен вопрос настройки на начало координат абстрактной движущейся системы при известной начальной скорости и ограниченном времени измерения. Исследуется проблема связи между скоростью движения абстрактной системы, временем измерения и возможными геометрическими размерами нуля координат при ориентации объекта в пространстве.</p>	<p>Skytsiouk V.I., Vaintraub M.A. The scope of application of the line as object of instrument adjustment (Part 1) At work state a question of adjustment at home of the abstract moving system at known initial and bounded time of measurement. The problem of the communication between the rate of movement of the abstract system and the possible geometry of reference zero at orientation object in space is investigated.</p>
---	---

*Надійшла до редакції
22 квітня 2008 року*