

АВТОМАТИЗАЦІЯ ТА ІНТЕЛЕКТУАЛІЗАЦІЯ ПРИЛАДОБУДУВАННЯ

УДК 681.2.088

МЕТОД ОЦІНЮВАННЯ РОЗШИРЕНОЇ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ РЕЗУЛЬТАТІВ ВИМІРЮВАНЬ ЗА ДОПОМОГОЮ ПЕРЕТВОРЕННЯ ДЖОНСОНА

¹⁾Самойліченко О.В., ¹⁾Єременко В.С., ¹⁾Мокійчук В.М., ²⁾Павленко Ж.О., ¹⁾Національний авіаційний університет, м. Київ, Україна; ²⁾Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут», м. Київ, Україна

Запропоновано та досліджено метод оцінювання розширеної невизначеності результату вимірювання. Метод базується на процедурі нормалізації даних за допомогою сімейства розподілів Джонсона. Досліджено точність визначення розширеної невизначеності запропонованим методом у порівнянні із методом заміни результуючого закону розподілу невизначеності гауссівським розподілом. Показана перевага методу оцінювання розширеної невизначеності за допомогою перетворення Джонсона

Вступ

Оцінювання сумарної невизначеності результату вимірювання за її складовими з подальшим знаходженням розширеної невизначеності регламентовано в [1]. Загальновідомими є правила підсумовування складових невизначеності та вибір коефіцієнту охопту, що характеризує інтервал розсіювання значень, який приписуються вимірюваній величині для відомих законів розподілу сумарної невизначеності. Далі будемо розглядати лише складові невизначеності, оцінені за типом А. Проте у практиці стикаються з проблемою вибору коефіцієнту охопту для випадку, коли реальний закон розподілу сумарної невизначеності не відповідає жодному з відомих законів розподілу, що може бути обґрунтовано особливостями процедури або об'єкту вимірювання. Така ситуація виникає, наприклад, для випадку, коли кількість складових сумарної невизначеності менше п'яти, і не виконуються умови центральної граничної теореми [2]. Неправильно оцінене в такому випадку значення коефіцієнту охопту K призводить до завищення чи заниження розширеної невизначеності.

Відомі наступні методи оцінювання розширеної невизначеності U для випадку негауссівського закону розподілу сумарної невизначеності: аналітичні, з використанням неперервної згортки функцій розподілу; чисельні, за допомогою моделювання методом Монте-Карло і дискретної згортки; використання сумарного ексцесу і класифікації розподілів; методи, що ґрунтуються на заміні реального розподілу нормальним та апроксимації розподілів поліномами, коригування результатів інтервального аналізу за допомогою нечітких множин [3, 4]. Неперервна згортка застосовується для випадку, коли закон розподілу результатів може бути заданий аналітично та потребує використання складного математичного апарату. Чисельні методи вимагають наявності апріорної інформації про закони розподілу складових невизначеності, наявності якісних

генераторів випадкових чисел та ін. Найбільш загальнозастосовуваними і простими до застосування є апроксимаційні методи з використанням граничної теореми, коли результуючий закон сумарної невизначеності замінюється гаусівським, при цьому коефіцієнт охопту обирається рівним відповідному квантилю гаусівського закону розподілу. У групу цих методів входить також апроксимація реального закону розподілу сумарної невизначеності степеневими поліномами. Ці методи мають досить просту реалізацію, проте не забезпечують достатньої точності.

Постановка задачі

Аналіз можливих методів оцінювання розширеної невизначеності дозволив запропонувати досить зручний метод, що ґрунтується на апроксимації сумарного закону функцією, для якої відомий аналітичний вираз, та подальшому оцінюванні відповідних квантилів x_α та $x_{1-\alpha}$, за якими розширена невизначеність U приймається рівною інтервалу $[x_\alpha \dots x_{1-\alpha}]$.

Задача апроксимації реального розподілу може бути вирішена внаслідок опису його відомим розподілом. В [5] розглянуто три можливих підходи до описання розподілів. Перший підхід, запропонований Брусом, Грамом, Шарльє та Еджвортом, заснований на представленні емпіричної щільності розподілу у вигляді ряду від похідних щільності гаусівських розподілів. Другий підхід, запропонований Еджвортом та іншими авторами полягає у відшуканні такої функції від вихідних даних, розподіл якої, хоча б наближено, можна було б виразити через відомий розподіл. Третій підхід, запропонований Пірсоном, заснований на знаходженні сімейств кривих, за допомогою яких можливо задовільно представити емпіричні розподіли.

Існують наступні сімейства розподілів: криві Пірсона, зміна чотирьох основних параметрів якого призводить до великої кількості родин розподілів, сімейства кривих Зігеля-Тьюкі, які мають два параметри розподілу, а також розподіли Джонсона, що мають чотири параметри [6]. Використання кривих Пірсона дозволить досить точно апроксимувати розподіли, але при цьому виникає проблема методів підбору розподілів Пірсона, оскільки отримання кожного сімейства розподілів пов'язано з рішенням різних систем рівнянь. Апроксимація кривими Зігеля-Тьюкі легша у реалізації, оскільки не потребує складного математичного апарату, проте невелика кількість параметрів розподілу не дозволяє досить повно описати всі емпіричні розподіли. Отже, необхідно знайти компроміс між точністю апроксимації та простотою реалізації. Вказаним умовам відповідає система функцій, запропонована Джонсоном, яка дозволяє апроксимувати більш широкий клас розподілів, оскільки має чотири параметри. При цьому процедура вибору відповідної кривої Джонсона є досить простою.

Для отриманих даних обирають відповідну ним криву Джонсона, далі перетворюють початкову випадкову величину X (задану в деякому інтервалі) так, що результат перетворення можна розглядати як нормовану випадкову величину

ну, розподілену за гауссівським законом, використовуючи яку визначають значення квантилів необхідного рівня.

Дане перетворення можливе за наступних умов: функція щільності розподілу випадкової величини є унімодальною; функція $g(x)$ є монотонною на заданому інтервалі; область значень функції $g(x)$ є у діапазоні від $-\infty$ до ∞ . Перевага даного підходу полягає в тому, що значення емпіричної функції розподілу випадкової величини X обчислюються як значення функції нормального розподілу. У загальному випадку перетворення має вигляд:

$$Z = \gamma + \eta \tau(X, \varepsilon, \lambda); \quad \eta > 0, \quad -\infty < \gamma < \infty, \quad \lambda > 0, \quad -\infty < \varepsilon < \infty,$$

де $\tau(X, \varepsilon, \lambda)$ – довільна функція; γ , η , ε і λ – параметри розподілу (форми, центру та масштабу); Z – нормована випадкова величина, розподілена за нормальним законом.

В [3] запропоновано три різні форми або сімейства функцій $\tau(X, \varepsilon, \lambda)$ – S_B , S_U (запропоновані Джонсоном [6], або S_L (логарифмічно нормальний розподіл). Отже, оцінки квантилів за нормалізованими даними і будуть шуканими квантилями x_α та $x_{1-\alpha}$, що дозволить вирішити поставлену задачу знаходження розширеної невизначеності.

Проведено дослідження процедури нормалізації для наступних складних випадків, які можуть мати місце на практиці, коли сумарна невизначеність складається з трьох складових у наступних комбінаціях: із гауссівським, рівномірним і трикутним (домінуючий рівномірний) законами розподілу, одна складова з арксинусоїдальним та дві з гауссівським (домінуючий арксинусоїдальний) законами розподілу, а також усі складові з рівномірним законом розподілу, одна з яких домінуюча. Параметри отриманого розподілу: сумарне математичне сподівання – $m_{\text{сум}} = m_1 + m_2 + m_3$, сумарне середнє квадратичне відхилення (с.к.в.) – $\sigma_{\text{сум}} = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2}$. Співвідношення с.к.в. визначалося за критерієм нехтовної малості похибки, а саме $\sigma_2/\sigma_1 = 1$, $\sigma_3/\sigma_1 = 3$. Зазначимо, що випадок, коли домінуючим є арксинусоїдальний закон розподілу призводить до двомодальності результуючого закону розподілу і застосування найпоширеніших методик розрахунку розширеної невизначеності призводить значних похибок [4]. Як було зазначено, процедура нормалізації передбачає унімодальність функції щільності ймовірності, але для вирішення поставлених задач це виявилось не обов'язковим. Достатньою є точна апроксимація лише крайніх областей, у яких знаходяться шукані квантилі x_α , а це досягається правильним підбором типу кривої Джонсона.

Також була поставлена задача порівняння точності визначення квантилів за допомогою процедури нормалізації з точністю оцінювання квантилів, що отримані заміною результуючого закону гауссівським, оскільки останній спосіб є найбільш простим і розповсюдженим при оцінюванні розширеної невизначеності на практиці.

Дослідження проводилося із застосуванням методів імітаційного моделювання за наступною методикою:

1. За допомогою комп'ютерного моделювання було отримано три масиви випадкових чисел, із заданими законами розподілу, що імітували складові сумарної невизначеності.

2. Знаходився сумарний закон розподілу випадкової величини, яка визначається як арифметична сума отриманих у п. 1 послідовностей.

3. Для отриманої реалізації обраховувалися оцінки b_1 та b_2 (де b_1 – квадрат нормованого показника асиметрії, а b_2 – нормований показник гостровершинності [6], на значеннями яких приймалося рішення про тип кривої Джонсона.

Для вирішення поставлених задач на підставі розрахованих оцінок (b_1, b_2) було використано розподіл типу S_B Джонсона. Розподіл S_B Джонсона має два параметра форми γ та η : один параметр, що характеризує центр розподілу ε , один параметр масштабу λ . Випадкова величина, що має розподіл S_B Джонсона, теоретично обмежена границями ε і $\varepsilon + \lambda$. В загальному, ця умова приводить до наступних випадків:

- а) обидва крайніх значення ε і $\varepsilon + \lambda$ відомі;
- б) відомо тільки одне крайнє значення;
- в) жодне крайнє значення не відомо.

У межах проведеного дослідження розглядався третій випадок.

4. Чотири емпіричних квантиля $x_i, i=1,4$, прирівнювалися відповідним квантилям нормованого нормального розподілу $z_i, i=\overline{1,4}$ та отримували систему чотирьох нелінійних рівнянь:

$$z_i = \hat{\gamma} + \hat{\eta} \cdot \ln \left(\frac{x_i - \hat{\varepsilon}}{\hat{\varepsilon} + \hat{\lambda} - x_i} \right) \quad i = \overline{1,4}, \quad (1)$$

яка розв'язувалась чисельними методами.

5. За отриманими значеннями параметрів розподілу $\gamma, \eta, \varepsilon$ і λ проводилась процедура нормалізації даних. При цьому вирішують обернене до (1) рівняння:

$$x_\alpha = \frac{\exp(z_\alpha - \gamma)(\lambda + \varepsilon)}{1 + \exp\left(\frac{z_\alpha - \gamma}{\eta}\right)},$$

де x_α – шукані оцінки квантилів, α – обраний рівень довірчої ймовірності.

Отже, за оцінку розширеної невизначеності U приймалося значення x_α (або інтервал $[x_\alpha \dots x_{1-\alpha}]$). Точність запропонованого методу значною мірою залежить від точності використаного методу розв'язку системи нелінійних рівнянь і точності апроксимації на кінцях розподілу, де знаходяться шукані квантилі.

6. Для оцінювання точності результатів запропонованого методу обраховувалися умовно істинні значення квантилів необхідного рівня значимості по сукупності, що наближалася до генеральної (об'ємом $N=100000$ значень), а також значення квантилів, отримані шляхом заміни результуючого закону гауссівським.

При дослідженні процедури нормалізації представлена вище методика по-

вторювалася $N=10000$ разів, що дозволило оцінити варіацію оцінок шуканих квантилів.

Результати досліджень

Використовуючи процедуру нормалізації було апроксимовані розподіли вихідних даних кривою S_B Джонсона, результати апроксимації суми гауссівського, трикутного і рівномірного (домінуючого) законів представлено на рис. 1. Апроксимація суми двох рівномірних та аркисинусоїдального законів розподілу представлено на рис. 2.

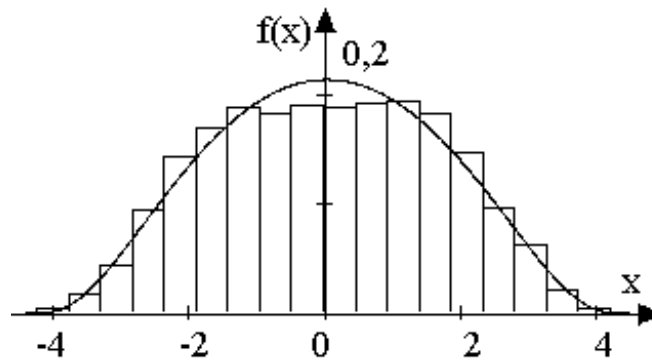


Рис. 1. Апроксимація суми гауссівського, рівномірного і трикутного законів розподілу кривою S_B Джонсона

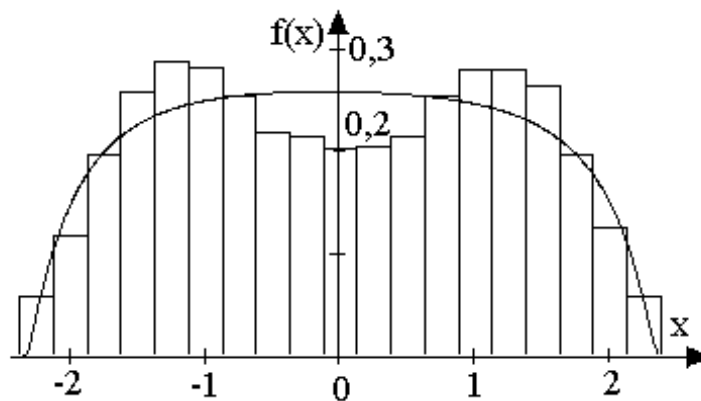


Рис. 2. Апроксимація суми гауссівського, рівномірного і аркисинусоїдального законів розподілу кривою S_B Джонсона

На рис. 2, 3 представлені гістограми розподілу оцінок квантилів рівня 0,025 та 0,05 відповідно, для випадку суми гауссівського, трикутного і рівномірного законів розподілу, $f1(x)$, $f3(x)$ – розподіли оцінок, отриманих при заміні результуючого закону гауссівським, $f2(x)$, $f4(x)$ – розподіли оцінок, отриманих за допомогою процедури нормалізації.

Пунктирною лінією позначені умовно істинні значення квантилю відповідного рівня.

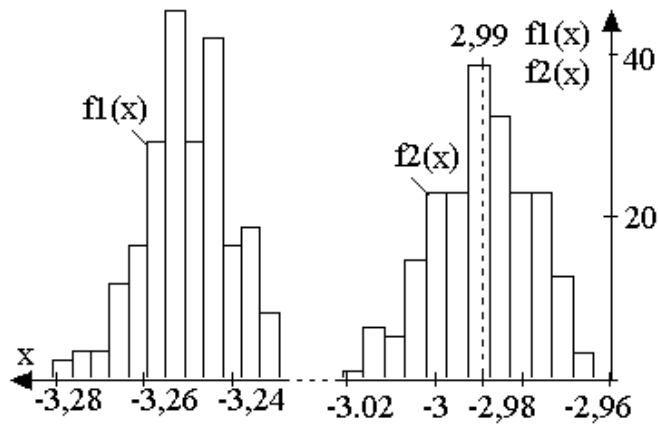


Рис. 3. Розподіли оцінок квантилів рівня 0,025

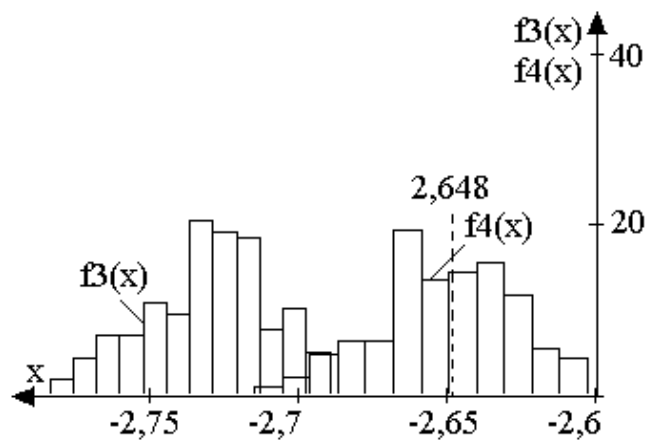


Рис. 4. Розподіли оцінок квантилів рівня 0,05

За отриманими оцінками квантилів були розраховані значення їх с.к.в. (табл.1).

Таблиця 1. Значення середніх квадратичних відхилень оцінок квантилів

Досліджуваний закон розподілу	Процедура обробки	Значення с.к.в. для рівня квантиля			
		0,025	0,05	0,95	0,975
Сума 3-х рівномірних	Нормалізація	0,012	0,024	0,022	0,012
	Заміна гауссівським	0,012	0,022	0,021	0,012
Сума гауссівського, рівномірного і трикутного	Нормалізація	0,057	0,048	0,049	0,050
	Заміна гауссівським	0,049	0,045	0,043	0,061
Сума двох рівномірних та арксинусоїдального	Нормалізація	0,007	0,006	0,006	0,007
	Заміна гауссівським	0,007	0,006	0,006	0,009

З таблиці видно, що варіація обрахованих статистик залежить від рівня

квантиля, але не залежить від методу отримання оцінки. Аналіз рисунків показує, що розподіл оцінки квантиля (середнє значення), обрахованої за допомогою заміни результуючого розподілу гауссівським має зміщення за віссю x , тим самим завищуючи реальні межі розширеної невизначеності результату вимірювання, а середнє значення оцінки квантиля, обрахованої за допомогою процедури нормалізації збігається з умовно істинним значенням.

З приведених результатів можна зробити висновок, що збіжність отриманих оцінок є однаковою, проте різною є правильність оцінювання, вона значно вища для методу, що заснований на процедурі нормалізації.

Оцінкою правильності в даному випадку будемо вважати відхилення середнє арифметичне значення оцінки квантилю від умовно істинного значення квантилю. В табл. 2. представлені розраховані оцінки квантилів, умовно істинні значення квантилів, а також відносні похибки $\delta 1$ %, обраховані при використанні методу нормалізації та $\delta 2$ % – обраховані при заміні результуючого закону гауссівським законом розподілу. Значення $\delta 1$ та $\delta 2$ розраховувались за наступними формулами:

$$\delta 1 = \frac{|U_{\text{іст}} - U_{\text{норм}}|}{U_{\text{іст}}} \cdot 100\%, \quad \delta 2 = \frac{|U_{\text{іст}} - U_{\text{гаус}}|}{U_{\text{іст}}} \cdot 100\%,$$

де $U_{\text{іст}}$ – умовно істинне значення для сумарного закону; $U_{\text{норм}}$ – оцінки квантилів, отриманих при використанні запропонованого методу; $U_{\text{гаус}}$ – оцінки квантилів, отриманих при заміні розподілу гауссівським законом.

Таблиця 2. Значення похибок оцінок квантилів

Рівень квантиля	Нормалізація	Заміна гауссівським	$\delta 1, \%$	$\delta 2, \%$	Умовно істинні значення квантилю
Сума гауссівського, рівномірного і трикутного законів розподілу					
0,025	-2,99	-3,25	$<10^{-3}$	8,69	-2,99
0,05	-2,65	-2,73	$<10^{-3}$	3,02	-2,65
0,95	2,65	2,73	$<10^{-3}$	3,02	2,65
0,975	2,99	3,25	$<10^{-3}$	8,69	2,99
Сума трьох рівномірних законів розподілу					
0,025	-6,01	-6,50	0,04	8,14	-6,01
0,05	-5,32	-5,46	0,07	2,66	-5,32
0,95	5,32	5,46	0,07	2,66	5,32
0,975	6,01	6,50	0,04	8,14	6,01
Сума двох рівномірних та арксинусоїдального законів розподілу					
0,025	-2,06	-2,40	$<10^{-3}$	16,5	-2,06
0,05	-1,87	-2,02	$<10^{-3}$	8,02	-1,87
0,95	1,87	2,02	$<10^{-3}$	8,02	1,87
0,975	2,06	2,55	$<10^{-3}$	23,55	2,06

Іншим підходом до порівняння процедури нормалізації та заміни резуль-

туючого закону гауссівським є порівняння відсотку значень у отриманій реалізації, що знаходиться в межах оцінених квантилів. Використовуючи обраховані значення квантилів обраховувався реальний відсоток значень, що знаходився між ними, він порівнювався з необхідним відсотком $S_{95}=95\%$, $S_{90}=90\%$ (між квантилям рівня 0,025 та 0,975 повинно знаходитися 95% всіх значень, між квантилям рівня 0,05 та 0,95 – 90%), і обрахувалася відносна похибка

$$\delta 1 = \frac{|S_{95} - S_{\text{норм}}|}{S_{95}} \cdot 100\%, \quad \delta 2 = \frac{|S_{95} - S_{\text{гаус}}|}{S_{95}} \cdot 100\%.$$

В якості відсотку значень, що знаходяться між оціненими квантилям брався усереднений показник по N результатам обрахунку відсотку значень. Результати представлені в таблиці 3.

Таблиця 3. Відсоток значень (S) у вибірці, що знаходиться в межах інтервалу з заданим рівнем ймовірності P

	$P, \%$	Нормалізація	Заміна гауссівським	$\delta 1, \%$	$\delta 2, \%$
Сума гауссівського, рівномірного і трикутного законів розподілу					
$S, \%$	90	89,99	91,37	0,01	1,52
	95	95,01	97,37	0,01	2,49
Сума трьох рівномірних законів розподілу					
$S, \%$	90	90,01	91,20	0,01	1,33
	95	95,01	97,30	0,01	2,45
Сума двох рівномірних та арксинусоїдального законів розподілу					
$S, \%$	90	89,95	93,96	0,01	4,40
	95	95,01	99,38	0,01	4,61

З цієї таблиці видно, що значення відносної похибки при використанні процедури нормалізації значно менше, ніж при заміні гауссівським законом. Відносна похибка обрахунку квантилів, а також відсотку реальних значень, що знаходяться в межах 90% та 95% не перевищує 0,01%, що дає підстави стверджувати про можливість використання запропонованого методу оцінки розширеної невизначеності, що ґрунтується на процедурі нормалізації, оскільки точність його є на два порядки вищою. Окрім того, для випадку суми трьох законів з домінуючим арксинусоїдальним законом процедура нормалізації також показує прийнятні результати, хоча функція щільності розподілу ймовірності сумарного закону двомодальна і усунення значних похибок (до 20%) при оцінюванні розширеної невизначеності для такого випадку потребує спеціальних підходів та алгоритмів. Процедуру нормалізації в свою чергу можна використовувати без змін, при цьому отримуючи значення відносної похибки оцінки квантилів менше 0,01%.

Висновки

1. Запропонований метод оцінювання розширеної невизначеності результату вимірювання використовуючи процедуру нормалізації для випадку, коли складові сумарної невизначеності оцінюються за типом А не потребує знаходження коефіцієнту охопту K .

2. Порівняння оцінок квантилів, а відповідно і розширеної невизначеності, показало перевагу метода нормалізації, який забезпечив відносну похибку оцінювання менше 0,01%.

3. Процедура нормалізації має порівняно просту реалізацію, єдиною математичною складністю якої є застосування чисельних методів розв'язку системи нелінійних рівнянь, які в свою чергу мають широке представлення в різноманітних програмних пакетах. Точність процедури нормалізації в значній мірі залежить від точності обрахунку параметрів розподілу і практично не залежить від закону розподілу сумарної невизначеності і рівня шуканого квантиля.

Запропонований підхід рекомендовано використовувати при опрацюванні результатів раундів міжлабораторних порівнянь, при атестації стандартних зразків та в інших випадках, коли можна отримати достатньо велику кількість результатів.

Література

1. Guide if the Expression of Uncertainty in Measurment. ISO. Geneva, 1993.
2. Вентцель Е.С. Теория вероятностей. М.: Гос. изд. физ.-мат. литературы, 1958. – 464 с.
3. Циделко В.Д. Исследование методов оценивания расширенной неопределенности / В.Д. Циделко, Н.А. Яремчук, М.В. Галевская // Системи обробки інформації. – 2008. – №4(71). – С.49-54.
4. Карпенко А.Н. Объединение погрешностей результатов измерений с использованием компенсации результатов интервального анализа / А.Н. Карпенко // Інформаційні технології та комп'ютерна інженерія. – 2008. – №3(13). – С. 70-75.
5. Кендалл М., Стьюарт А. Теория распределений. М.: Наука, 1966.- 587 с.
6. Хан Г. Статистические модели в инженерных задачах / Г.Хан, С.Шапиро. – М.: Мир, 1969. – 395 с.

<p>Самойличенко О.В., Ерёмченко В.С., Мокийчук В.М., Павленко Ж.А. Метод оценивания расширенной неопределенности результатов измерений с помощью преобразования Джонсона</p> <p>Предложен и исследован метод оценивания расширенной неопределенности результата измерения. Метод базируется на процедуре нормализации данных с помощью семейства распределений Джонсона. Исследована точность определения расширенной неопределенности предложенным методом в сравнении с методом замены результирующего закона распределения неопределенности гауссовским распределением. Показано преимущество метода оценивания расширенной неопределенности при помощи преобразования Джонсона.</p>	<p>Somoylichenko O.V., Yeremenko V.S., Mokiychyk V.M., Pavlenko J.A. Method Of Measuring Result's Expanded Uncertainty Estimation Based On Jonson Transformation</p> <p>Method of expanded uncertainty estimation was introduced and investigated. The methods is based on procedure of data normalization due to Jonson transformation. The expanded uncertainty evaluation precision of investigated method versus method of substitution to Gauss distribution was explore. The advantage of method of measuring result's expanded uncertainty estimation based on Jonson transformation was shown.</p>
------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Надійшла до редакції
8 травня 2009 року

УДК 621.307.13

ОЦІНКА ПОХИБКИ ВИМІРЮВАННЯ ГЕОМЕТРИЧНИХ ПАРАМЕТРІВ ЗА ДОПОМОГОЮ ТЕЛЕВІЗІЙНИХ ІНФОРМАЦІЙНО-ВИМІРЮВАЛЬНИХ СИСТЕМ

*Маркін М.О., Маркіна О.М., Національний технічний університет України «Київський
політехнічний інститут», м. Київ, Україна*

В статті проаналізовано проблему оцінки похибки вимірювання геометричних параметрів за допомогою телевізійних інформаційно-вимірювальних систем. Розглянуто три підходи до оцінки похибки вимірювання: геометричний, просторово-частотний та імовірнісний. Доведено, що просторово-частотний підхід внаслідок врахування реальних значень вхідного контрасту та умов формування сигналу дозволяє отримати найбільш достовірні оцінки похибки вимірювання

Вступ

На сьогодні у багатьох технологічно розвинених країнах широко використовуються комп'ютеризовані телевізійні інформаційно-вимірювальні системи (ТІВС), які дають можливість аналізувати інформацію про структуру, стан та властивості об'єктів різної природи, яка міститься у їх випромінюванні.

Звичайно ТІВС застосовується за такою методикою: формування зображення, перетворення його у цифровий код, використання алгоритмів, які забезпечують необхідну точність вимірювання енергетичних і геометричних параметрів.

Для наукових та технологічних досліджень ТІВС є потужним технічним засобом з потенційно високою точністю вимірювання геометричних параметрів. Але в оцінках похибки вимірювання ТІВС при вирішенні конкретних задач можливі значні розходження, пов'язані із застосуванням різних методик.

Постановка задачі

Класичним підходом до оцінки похибки вимірювання систем формування зображення є геометричний підхід, який і розглядається у більшості літературних джерел [1,2].

В основу геометричного підходу покладено поняття елемента розкладу зображення (ЕРЗ), як частини СЕП, у межах якої двомірна (просторова) функція освітленості інтегрується.

При такому підході приймають, що похибка вимірювання δ не перевищує значення лінійного розміру Δ по відповідній координаті. Зазвичай приймають, що $\delta = \Delta$.

Цим підходом користуються переважно для отримання оціночних значень похибки вимірювання. Отже, геометричний підхід годиться для використання в лабораторних умовах, коли об'єктом виступають еталонні атестовані джерела.

В той же час до оцінки похибки вимірювання, крім геометричного, можуть бути застосовані інші підходи, зокрема, просторово-частотний. Але літературні джерела, де використовується просторово-частотний підхід до визначення роз-

дільної здатності [3], не враховують особливостей формування порогового контрасту та умов реальної задачі. Ця ж невизначеність у заданні порогового контрасту виникає також при застосуванні просторово-частотного підходу до оцінки похибки вимірювання [5].

Задачею даної роботи є порівняльний аналіз підходів до оцінки похибки вимірювання та обґрунтування можливості зменшення похибки вимірювання геометричних розмірів та лінійних переміщень об'єктів без зміни структури та елементної бази оптико-електронної схеми ТІВС.

Особливості просторово-частотного підходу до оцінки похибки вимірювання

Розвиток та широке впровадження просторово-частотних уявлень в практику аналізу систем формування та передачі зображення дозволили визначити похибку вимірювання через функцію передачі модуляції (ФПМ) та деякий пороговий рівень контрасту зображення, що є більш строгою оцінкою порівняно з тією, коли похибка вимірювання визначається розмірами ЕРЗ.

Методика базується на аналітичному або графічному розв'язанні рівняння $H(f_x, f_y) = K_{\Pi}$, де $H(f_x, f_y)$ – ФПМ ТІВС, K_{Π} – пороговий контраст у вихідному зображенні, f_x, f_y – просторові частоти за відповідними координатами x, y .

Для визначення ФПМ телевізійної передавальної камери представимо її послідовним сполученням просторового фільтра об'єктива $H_0(f_x, f_y)$ та просторового фільтра приладу з зарядовим зв'язком (ПЗЗ).

В цьому випадку ФПМ ТІВС визначається як добуток ФПМ складових ланок

$$H(f_x, f_y) = H_0(f_x, f_y) \cdot H_{\text{ПЗЗ}}(f_x, f_y). \quad (1)$$

Перетворення (1) коректне, якщо випромінювання сприймається некогерентно, а ТІВС лінійна та просторово-інваріантна.

Умова некогерентності випромінювання забезпечується, якщо йдеться про ТІВС, які не використовують лазерне випромінювання.

Щодо лінійності, то ТІВС взагалі є нелінійними системами, але для конкретної задачі можна визначити діапазон, в якому відбувається лінійне перетворення сигналу.

Просторова інваріантність ТІВС потребує певних припущень, наприклад, введення в розгляд ізопланатичних зон, в межах яких функція розсіяння може вважатися постійною.

Якщо у межах розгляду всі ланки ТІВС лінійні та ізотропні, то така система може бути характеризована одномірними ФПМ – $H(f_x)$ і $H(f_y)$.

Одномірна ФПМ об'єктива визначається наступною апроксимацією [2]

$$H_0(f_x) = \exp(-2\pi^2 f_x^2 r_0^2), \quad (2)$$

де r_0 – радіус плями розсіяння об'єктива на рівні 0,606 від максимального значення.

Для одновірної ФПМ матриці ПЗЗ можна використати формулу, наведену в [4], спростивши її з врахуванням того, що в сучасних матрицях неефективність переносу зарядового пакету практично відсутня.

В цьому випадку одновірна ФПМ ПЗЗ-матриці матиме вигляд

$$H_{\text{ПЗЗ}}(f_x) = \frac{\sin(\pi f_x \Delta x)}{\pi f_x \Delta x}. \quad (3)$$

З врахуванням (1), (2) і (3) отримаємо

$$H(f_x) = \exp(-2\pi^2 f_x^2 r_0^2) \frac{\sin(\pi f_x \Delta x)}{\pi f_x \Delta x}. \quad (4)$$

А для кількісних оцінок порогового контрасту на виході можливе використання формули, наведеної в [5]

$$K_{\text{П}} = \frac{q_{\text{П}}(P)}{K_{\text{ВХ}} \gamma(E) q(E)}, \quad (5)$$

де $K_{\text{ВХ}}$ – вхідний контраст; $q(E)$, $q_{\text{П}}(P)$ – відношення сигнал/шум при освітленості E та порогове, при якому забезпечується задана імовірність реєстрації сигналу P ; $\gamma(E)$ – показник нелінійності світло-електричної характеристики.

При умові, що СЕП працює в діапазоні лінійності, тобто $\gamma(E) = 1$,

$$K_{\text{П}} = \frac{q_{\text{П}}(P)}{K_{\text{ВХ}} q(E)}. \quad (6)$$

Фактично просторово-частотний підхід до оцінки похибки вимірювання ТІВС є розвитком геометричного підходу, оскільки базується на положенні про неможливість дискретизації функції освітленості в межах ЕРЗ. Але в цьому випадку мова йде не про технологічні параметри ЕРЗ, а про деяке ефективне значення d , яке визначається з врахуванням вхідного контрасту та умов формування сигналу. Кількісно ефективний розмір d визначається з рівняння $H(f_x, f_y) = K_{\text{П}}$ як величина, обернена до просторової частоти f_x , на якій коефіцієнт передачі контрасту дорівнює пороговому.

Наприклад, якщо $\Delta_x = 10$ мкм, $K_{\text{ВХ}} = 0,5$, $q(E) = 30$, $q_{\text{П}}(P) = 2,6$, то $f_x = 45$, відповідно $d = 1/45 = 22$ мкм.

Оскільки в більшості реальних задач, для вирішення яких застосовуються ТІВС, $K_{\text{ВХ}} < 1$, то завжди $d > \Delta x$.

Імовірнісний підхід до оцінки похибки вимірювання

Розглянемо довільний ЕРЗ, площа якого S , середнє квадратичне значення шумового сигналу σ .

Нехай в момент часу t сигнал має значення $A(t)$, а реалізація шуму – $A_{\text{Ш}}(t)$. Визначимо поріг реєстрації $A_{\text{П}}$, і встановимо, що сигнал $A(t)$ може бути зареєстрований за умови $A(t) > A_{\text{П}} + A_{\text{Ш}}(t)$, або $A_{\text{Ш}}(t) < A(t) - A_{\text{П}}$. Введемо приведені

значення $a_1 = \frac{A(t)}{\sigma}$, $a_2 = \frac{A_{\Pi}}{\sigma}$, $a_3 = \frac{A_{\text{ш}}(t)}{\sigma}$. Тоді умова реєстрації сигналу $a_3 < a_1 - a_2$. Шум ЕРЗ $A_{\text{ш}}(t)$, відповідно, і приведені значення a_3 є випадковими величинами.

Прийmemo, що шум СЕП підкоряється нормальному закону розподілу. Тоді функція розподілу випадкової величини a_3 , тобто імовірність реєстрації сигналу визначиться інтегралом імовірності

$$P(a_3 < a_1 - a_2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{a_1 - a_2} \exp\left(-\frac{z^2}{2}\right) dz. \quad (7)$$

Прийmemo, що $a_2(t) = 1$, сигнал реєструється при $A_n = \sigma$. Тоді для значення імовірності $P = 0,95$ з таблиць інтегралу імовірності знайдемо $a_1 - a_2 = 2,6$, тобто $A(t) = 2,6 \cdot \sigma$.

Якщо в момент часу t реалізація сигналу $A(t)$ в 2,6 рази перевищує середньоквадратичне значення шуму, то сигнал буде зареєстровано з імовірністю 0,95.

Але ж, такий сигнал може бути сформований фрагментом ЕРЗ з площею $S_{\Pi}^* < S$. Це означає, що кількість ділянок, які можуть бути розрізнені в межах ЕРЗ як окремі, визначиться формулою

$$N_1 = \frac{S}{S_{\Pi}^*} = \frac{A_0}{2,6\sigma}, \quad (8)$$

де A_0 – значення сигналу, яке відповідає верхній межі діапазону лінійності світлосигнальної характеристики.

Отриманий результат підтверджується експериментальними даними, наведеними в роботі [6], де було показано, що гранична похибка вимірювання геометричних параметрів за допомогою ПЗЗ може бути зменшена на порядок, наприклад, до 1 мкм при лінійному розмірі ЕРЗ 10 мкм.

Висновки

Незважаючи на те, що ТІВС широко використовуються для наукових та технологічних досліджень і є технічними засобами з потенційно високою точністю вимірювання, до цього часу мають місце значні розходження в оцінках похибки вимірювання ТІВС, пов'язані із застосуванням різних методик.

Геометричний підхід є загальноприйнятим і для сучасних ТІВС дає значення похибки в діапазоні від 5 мкм до 10 мкм.

Просторово-частотний підхід при умові використання реальних значень вхідного контрасту та особливостей формування сигналу дозволяє отримати найбільш достовірні оцінки похибки вимірювання.

Імовірнісний підхід до визначення потенційних характеристик ТІВС обґрунтовує можливість зменшення похибки вимірювання без зміни структури та

елементної бази оптико-електронної схеми ТІВС до значень, які в 5 і більше разів можуть перевищувати значення, отримані при застосуванні інших підходів.

Отримані результати мають важливе наукове та практичне значення, оскільки дозволяють суттєво розширити діапазон застосувань ТІВС. Зокрема, розроблений в статті імовірнісний підхід забезпечує обґрунтоване використання ТІВС в системах керування рухом в нанопросторі.

Література

1. Горелик С.Л., Кац Б.М., Киврин В.И. Телевизионные измерительные системы. -М.: Связь, 1980. – 168 с.
2. Мирошников М.М. Теоретические основы оптико-электронных приборов: Учеб. пособие для приборостроительных вузов. - Л.:Машиностроение, 1983. – 696 с.
3. Рыфтин Я.А. Телевизионная система. Теория. - М.: Сов.радио, 1967. – 271с.
4. Шостацкий Н.Н. Применение теории дискретизации для анализа разложения изображений на матрицах ПЗС // Техника средств связи, сер. "Техника телевидения". – 1982. – Вып.2.– С.3-14.
5. Брацлавец П.Ф., Росселевич И.А., Хромов Л.И. Космическое телевидение. – М.: Связь, 1973.
6. Маслюков Ю.С. Определение предельных погрешностей измерительной системы на ПЗС // Оптико-механическая промышленность. – 1990. – №4. –С.70-73.

Маркин М.А., Маркина О.Н. **Оценка погрешности измерения геометрических параметров при помощи телевизионных информационно-измерительных систем**

В статье проанализировано проблему оценки погрешности измерения геометрических параметров при помощи телевизионных информационно-измерительных систем. Рассмотрено три подхода к оценке погрешности измерения: геометрический, пространственно-частотный и вероятностный. Доказано, что пространственно-частотный подход вследствие учета реальных значений входного контраста и условий формирования сигнала позволяет получить наиболее достоверные оценки погрешности измерения.

Markin M., Markina O. **Evaluation of accuracy of the geometrical parameters by means of television informative-measuring systems**

The problem of estimating of accuracy for measuring of geometrical parameters using television informative-measuring systems. Three approaches for estimating accuracy of measurement were considered: the geometric, spatial frequency and probabilistic. It was shown that the space-frequency approach as a result of incorporation of the real values of the input contrast and the terms of the signal can get the most accurate assessment of error.

Надійшла до редакції
16 квітня 2009 року