

Як з'ясувалося, головним джерелом виникаючих похибок за просторового зовнішнього збурення може слугувати не тільки, і не стільки, елементна база приладу, скільки власне підвіс. Такі досконалі його модифікації як пружний перересний шарнір [5], дротяний підвіс [6], багатофазний [7], із штучним дисбалансом [8] та багато інших [9], під дією проникаючого акустичного випромінювання виявляють таку суттєву зміну своїх властивостей, що зводять, практично, нанівець переваги відповідних технічних ідей.

Постановка задачі

Взявши за основу технічний зразок серійно виготовляемого промислового поплавкового двостепеневого гіроскопа класу ДУСУ у вигляді двох коаксіальних циліндрів розділених важкою рідиною, з'ясуємо, яким чином змінюється динамічний стан поплавця під дією збуджуючого поля. Задача звужена до випадку невісесиметричної деформації, як найбільш цікавої для застосувань.

Метою досліджень постає численний аналіз координатних функцій пружно-деформованого стану поплавця гіроскопа за умови відсутності їх взаємного впливу.

Визначення закономірностей пружних деформацій поплавця

Прийнявши апроксимацію координатних функцій поплавця у вигляді [10]

$$\begin{aligned} U_z &= U_0 + U_{об} + V_{z,k}^{(1)}(t, z)\cos\varphi + U_{z,k}^{(2)}(t, z)\sin\varphi; \\ U_\varphi &= V_0 + V_{об} + U_{\varphi,k}^{(1)}(t, z)\sin\varphi + U_{\varphi,k}^{(2)}(t, z)\cos\varphi; \\ W &= W_0 + W_{об} + W_k^{(1)}(t, z)\cos\varphi + U_k^{(2)}(t, z)\sin\varphi, \end{aligned} \quad (1)$$

де, згідно методу Бубнова-Гальоркіна,

$$\begin{aligned} U_{z,k}^{(1)} &= \omega_1(z)A_k^{(1)}(t)\varphi_k^{(1)}(z); \\ U_{z,k}^{(2)} &= \omega_1(z)A_k^{(2)}(t)\varphi_k^{(2)}(z); \\ U_{\varphi,k}^{(1)} &= \omega_1(z)B_k^{(1)}(t)\psi_k^{(1)}(z); \\ U_{\varphi,k}^{(2)} &= \omega_1(z)B_k^{(2)}(t)\psi_k^{(2)}(z); \\ W_k^{(1)} &= \omega_2(z)C_k^{(1)}(t)\gamma_k^{(1)}(z); \\ W_k^{(2)} &= \omega_2(z)C_k^{(2)}(t)\gamma_k^{(2)}(z); \end{aligned} \quad (2)$$

$\omega_1(z), \omega_2(z)$ – коректуючі функції Кравчука; $A_k^{(1)}(t) = a_k^{(1)} \exp i\omega_k^{(1)}t$; $A_k^{(2)}(t) = a_k^{(2)} \exp i\omega_k^{(2)}t$, можна обчислити partialis частоти у вигляді:

$$\omega_1^{(1)} = \left[\frac{a_{z2}^{(1)}}{a_{z1}^{(1)}} \right]^{\frac{1}{2}} =$$

$$= \left\{ \frac{\int_0^1 \left[\frac{\partial^2}{\partial z^2} (\omega_1 \varphi_1^{(1)}) - a_1 (2z-1) \frac{\partial}{\partial z} (\omega_1 \varphi_1^{(1)}) - a_2 \omega_1 \varphi_1^{(1)} \right] \omega_1(z) \varphi_1^{(1)}(z) \partial z}{- * \alpha^2 \int_0^1 [1 + a_1 (2z-1)^2] \omega_1^2(z) \varphi_1^{(1)2}(z) \partial z} \right\}^{\frac{1}{2}} ; \quad (3)$$

$$\omega_1^{(2)} = \left[\frac{a_{z2}^{(2)}}{a_{z1}^{(2)}} \right]^{\frac{1}{2}} =$$

$$= \left\{ \frac{\int_0^1 \left[\frac{\partial^2}{\partial z^2} (\omega_1 \varphi_1^{(2)}) - a_1 (2z-1) \frac{\partial}{\partial z} (\omega_1 \varphi_1^{(2)}) - a_2 \omega_1 \varphi_1^{(2)} \right] \omega_1(z) \varphi_1^{(2)}(z) \partial z}{- * \alpha^2 \int_0^1 [1 + a_1 (2z-1)^2] \omega_1^2(z) \varphi_1^{(2)2}(z) \partial z} \right\}^{\frac{1}{2}} . \quad (4)$$

$$\omega_2^{(1)} = \left[\frac{-b_{\varphi 2}^{(1)}}{b_{\varphi 1}^{(1)}} \right]^{\frac{1}{2}} =$$

$$= \left\{ \frac{\int_0^1 \left\{ -b_2 [1 - 2\beta_1 (2z-1)^2] \frac{\partial^2}{\partial z^2} [\omega_1 \psi_1^{(1)}] - b_3 (2z-1) \frac{\partial}{\partial z} [\omega_1 \psi_1^{(1)}] + \omega_1 \psi_1^{(1)} + \right.}{- * \beta^2 \int_0^1 [1 - \beta_3 (2z-1)^2] \omega_1^2 \psi_1^{(1)2}(z) \partial z}$$

$$\left. \left. + b_5 \omega_1 \psi_1^{(1)} \right\} \omega_1 \psi_1^{(1)} \partial z \right\}^{\frac{1}{2}} ; \quad (5)$$

$$\omega_2^{(2)} = \left[\frac{-b_{\varphi 2}^{(2)}}{b_{\varphi 1}^{(2)}} \right]^{\frac{1}{2}} =$$

$$= \left\{ \frac{\int_0^1 \left\{ -b_2 [1 - 2\beta_1 (2z-1)^2] \frac{\partial^2}{\partial z^2} [\omega_1 \psi_1^{(2)}] - b_3 (2z-1) \frac{\partial}{\partial z} [\omega_1 \psi_1^{(2)}] - \omega_1 \psi_1^{(2)} + \right.}{- * \beta^2 \int_0^1 [1 - \beta_3 (2z-1)^2] \omega_1^2 \psi_1^{(2)2}(z) \partial z}$$

$$\left. \left. + b_5 \omega_1 \psi_1^{(2)} \right\} \omega_1 \psi_1^{(2)} \partial z \right\}^{\frac{1}{2}} ; \quad (6)$$

$$\omega_3^{(1)} = \left[\frac{C_{w2}^{(1)}}{C_{w2}^{(1)}} \right]^{\frac{1}{2}} = \left\{ \frac{\int_0^1 \left\{ \left[-1 + \beta_4 (2z - 1)^2 \right] \frac{\partial^4}{\partial z^4} [\omega_2 \gamma_1^{(1)}] + c_1 \frac{\partial^2}{\partial z^2} (\omega_2 \gamma_1^{(1)}) - c_2 \omega_2 \gamma_1^{(1)} + \right.}{- * \gamma^2 \int_0^1 \left[1 - \beta_5 (2z - 1)^2 \right] \omega_1^2 \gamma_1^{(1)2} (z) \partial z} \right. \\ \left. + c_3 (2z - 1) \frac{\partial^3}{\partial z^3} (\omega_2 \gamma_1^{(1)}) + c_4 \frac{\partial^2}{\partial z^2} (\omega_2 \gamma_1^{(1)}) + c_5 \frac{\partial^2}{\partial z^2} \omega_2 \gamma_1^{(1)} + c_6 \omega_2 \gamma_1^{(1)} - \right. \\ \left. - c_7 (2z - 1) \frac{\partial^3}{\partial z^3} (\omega_2 \gamma_1^{(1)}) \right\} \omega_2 \gamma_1^{(1)} \partial z \Bigg]^{\frac{1}{2}} ; \quad (7)$$

$$\omega_3^{(2)} = \left[\frac{C_{w2}^{(2)}}{C_{w2}^{(2)}} \right]^{\frac{1}{2}} = \left\{ \frac{\int_0^1 \left\{ \left[-1 + \beta_4 (2z - 1)^2 \right] \frac{\partial^4}{\partial z^4} [\omega_2 \gamma_1^{(2)}] + c_1 \frac{\partial^2}{\partial z^2} (\omega_2 \gamma_1^{(2)}) - c_2 \omega_2 \gamma_1^{(2)} + \right.}{- * \gamma^2 \int_0^1 \left[1 - \beta_5 (2z - 1)^2 \right] \omega_2^2 \gamma_1^{(2)2} (z) \partial z} \right. \\ \left. + c_3 (2z - 1) \frac{\partial^3}{\partial z^3} (\omega_2 \gamma_1^{(2)}) + c_4 \frac{\partial^2}{\partial z^2} (\omega_2 \gamma_1^{(2)}) + c_5 \frac{\partial^2}{\partial z^2} \omega_2 \gamma_1^{(2)} + c_6 \omega_2 \gamma_1^{(2)} - \right. \\ \left. - c_7 (2z - 1) \frac{\partial^3}{\partial z^3} (\omega_2 \gamma_1^{(2)}) \right\} \omega_2 \gamma_1^{(2)} \partial z \Bigg]^{\frac{1}{2}} . \quad (8)$$

Проведемо вибір функцій $\varphi_1^S, \psi_1^S, \gamma_1^S$. Головною вимогою в цій процедурі поставимо наявність лінійної незалежності кожної пари. В іншому довільний вибір.

Для попередніх обчислень прийнемо наступні дані:

$$\begin{cases} \varphi_1^{(1)}(z) = \cos nz; & \psi_1^{(1)}(z) = \cos mz; & \gamma_1^{(1)}(z) = \cos pz; \\ \varphi_1^{(2)}(z) = \sin nz; & \psi_1^{(2)}(z) = \sin mz; & \gamma_1^{(2)}(z) = \sin pz; \end{cases} \quad (9)$$

де $n, m, p = 1, 2, \dots, b$.

Конкретизуємо задачу і визначимо парціальні частоти для наступних числових характеристик:

$$\omega_1(z) = z^2(1-z)^2; \quad \varphi_1^{(1)}(z) = \cos(nz); \quad \varphi_1^{(2)}(z) = \sin(nz);$$

$$a_1 = 4(1+2\nu) \frac{\delta}{R(1+\zeta)}; \quad a_2 = 8\nu \frac{\delta}{R(1+\zeta)}; \quad \alpha_1 = \frac{2\mu\delta}{R(1+\zeta)};$$

$$* \alpha^2 = (1-\nu^2) \frac{\rho\omega_0^2 \ell^2}{E}; \quad \zeta = \frac{\delta}{R}; \quad \mu = 8\zeta(1+\zeta)\eta^2; \quad \eta = \frac{R}{\ell};$$

$$\rho = 2,7 \cdot 10^{-12} \frac{\kappa\Gamma \text{ c}^2}{\text{см}^4}; \quad E = 0,7 \cdot 10^6 \frac{\kappa\Gamma}{\text{см}^2}; \quad \nu = 0,34; \quad R = 1 \text{ см}; \quad \ell = 4 \text{ см};$$

$$\delta = 0 \div 0,1 \text{ см (крок } 0,01); \quad n = 1 \div 10, \text{ крок } 1.$$

Зупинимось докладніше на виборі величині ω_0^2 .

Нехтуючи пружним зв'язком між рівняннями, частоти власних коливань вільної оболонки в поздовжньому напрямку можна обчислити за формулою [11, 12]:

$$\omega_{0\text{пр}}^2 = \left(\frac{m\pi}{\ell} \right)^2 \frac{E}{\rho(1-\nu^2)},$$

а для прийнятих чисельних значень її величина за умови $m=1$ дорівнюватиме:

$$\omega_{0\text{пр}}^2 = \left(\frac{m\pi}{\ell} \right)^2 \frac{E}{\rho(1-\nu^2)} = \left(\frac{1 \cdot 3,14}{1} \right)^2 \frac{0,7 \cdot 10^6}{2,7 \cdot 10^{-12} (1-0,1156)} \approx 15 \cdot 10^{16} (\text{c}^{-2})$$

Величина $m=1$ обрана за умови, що найближчими до частоти реальної оболонки будуть лише перші частоти.

Для тих же чисельних значень та геометричних параметрів частота поперечних коливань дорівнюватиме:

$$\omega_{0\text{пр}}^2 = \frac{E}{\rho(1-\nu^2)R} = \frac{0,7 \cdot 10^6}{2,7 \cdot 10^{-12} (1-0,1156)} \approx 3 \cdot 10^{17} (\text{c}^{-2})$$

Частоту власних коливань в коловому напрямку приймемо:

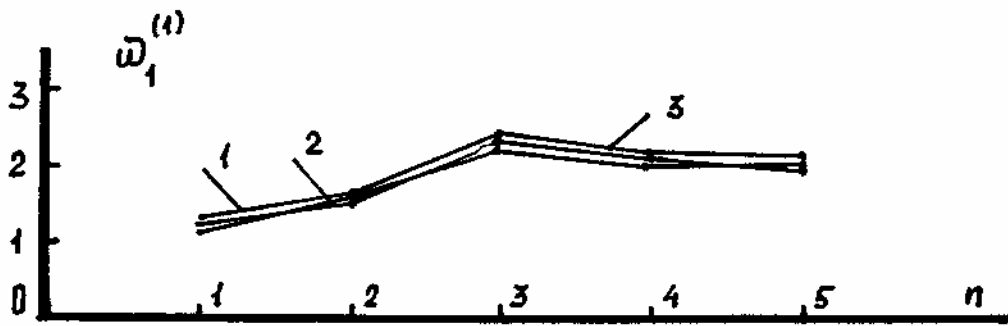
$$\omega_{0\text{окр}}^2 = 5 \cdot 10^{16} \text{ c}^{-2}.$$

Тоді можна визначити також значення частот $\omega_1^{(1)}, \omega_1^{(2)}, \omega_2^{(1)}, \omega_2^{(2)}, \omega_3^{(1)}, \omega_3^{(2)}$.

Залежність нижчої безрозмірної частоти $\omega_1^{(1)}$ від числа напівхвиль „n” наведена на рис. 1, залежність нижчих безрозмірних частот $\omega_2^{(1)}$ від числа „m” напівхвиль в коловому напрямку, а також частот $\omega_3^{(1)}$ від числа напівхвиль „p” в радіальному напрямку наведені на рис. 2 та рис. 3 відповідно.

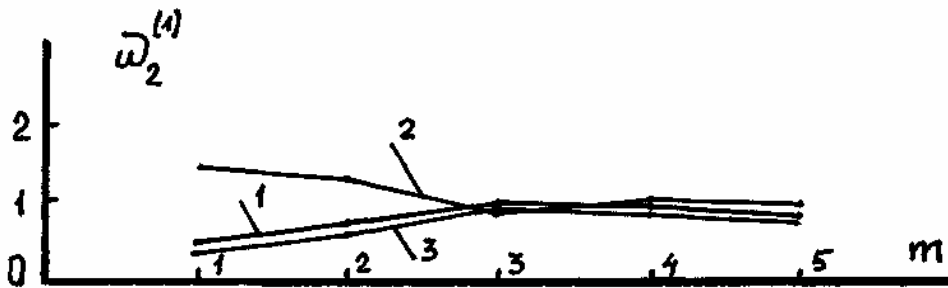
Як видно з рис. 1, рис. 2, рис.3, частоти за всіма трьома координатами практично не змінюються із ростом числа напівхвиль **n, m, p**.

Натомість слід зазначити, що маючи більшу жорсткість у напрямку довжини та коловому, парціальні частоти $\omega_1^{(1)}, \omega_1^{(2)}$ та $\omega_2^{(1)}, \omega_2^{(2)}$ значно перевищують частоти $\omega_3^{(1)}$ та $\omega_3^{(2)}$. По суті справи, на два порядки.



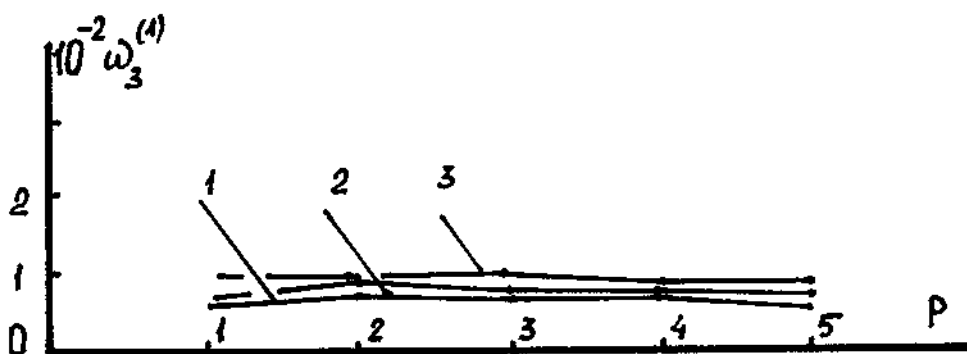
1 - $\delta = 0$; 2 - $\delta = 0,3$; 3 - $\delta = -0,3$

Рис. 1. Залежність низьких безрозмірних частот $\omega_1^{(1)}$ від числа напівхвиль n у поздовжньому напрямку:



1 - $\delta = 0$; 2 - $\delta = 0,3$; 3 - $\delta = -0,3$

Рис. 2. Залежність низьких безрозмірних частот $\omega_2^{(1)}$ від числа полухвиль m в коловому напрямку



1 - $\delta = 0$; 2 - $\delta = 0,3$; 3 - $\delta = -0,3$

Рис. 3. Залежність низьких безрозмірних частот $\omega_3^{(1)}$ від числа напівхвиль p у радіальному напрямку

Опуклість (чи угнутість) бічної поверхні поплавця принципово не впливає на значення частот $\omega_1^{(1)}, \omega_1^{(2)}$ за $\delta \geq \pm 0,3$.

В коловому напрямку, складові $\omega_2^{(1)}$ для опуклої та угнутої поверхні ($\delta = \pm 0,3$) приблизно співпадають. Складова $\omega_2^{(2)}$ для опуклої поверхні має тенденцію до систематичного незначного збільшення, з 0,892 до 0,532 за $\delta = 0,3$. Якщо $\delta = 0,4$, тоді $\omega_2^{(2)} = 0,411$; якщо $\delta = 0,5$ – $\omega_2^{(2)} = 0,271$. Для угнутої поверхні, парціальна частота $\omega_2^{(2)}$ рівномірно збільшується з 0,906 до 1,437.

У випадку циліндричного поплавця, тобто за $\delta = 0$, $\omega_1^{(1)} = 1,236$; $\omega_1^{(2)} = 1,333$; $\omega_2^{(1)} = 0,550$; $\omega_2^{(2)} = 0,906$; $\omega_3^{(1)} = 0,64 \cdot 10^{-2}$; $\omega_3^{(2)} = 0,68 \cdot 10^{-2}$.

Змінюючи певним чином параметри підвісу, можна цілеспрямовано одержати ті, чи інші характеристики.

Отже, для вісенесиметричного деформування оболонкової частини поплавця можна прийняти $m = n = p = 1$, а функції $\varphi_k(z), \psi_k(z), \gamma_k(z)$, відповідно, записати у вигляді:

$$\begin{aligned} \varphi_1^{(1)}(z) &= \cos z; \quad \psi_1^{(1)}(z) = \cos z; \quad \gamma_1^{(1)}(z) = \cos z; \\ \varphi_1^{(2)}(z) &= \sin z; \quad \psi_1^{(2)}(z) = \sin z; \quad \gamma_1^{(2)}(z) = \sin z; \end{aligned} \quad (10)$$

Отже, координатні функції набудуть такого значення:

$$\begin{aligned} U_z &= U_0 + U_{об} + z^2(1-z)^2 A_k^{(1)}(t) \cos z \cos \varphi + z^2(1-z)^2 A_k^{(2)}(t) \sin z \sin \varphi; \\ U_\varphi &= V_0 + V_{об} + z^2(1-z)^2 B_k^{(1)}(t) \cos z \sin \varphi + z^2(1-z)^2 B_k^{(2)}(t) \sin z \cos \varphi; \\ W &= W_0 + W_{об} + z^4(1-z)^4 C_k^{(1)}(t) \cos z \cos \varphi + z^4(1-z)^4 C_k^{(2)}(t) \sin z \sin \varphi. \end{aligned} \quad (11)$$

Висновки

Результати досліджень надають можливість якісного і кількісного аналізу деформованого стану поплавця гіроскопа під дією зовнішніх чинників просторового характеру. Приймавши значення параметра $k = 0$, можна оцінити ступінь дії вісенесиметричного впливу, за $k \geq 2$ – циклічної дії збурення.

На подальше, з'ясування закономірностей пружних деформацій підвісу гіроскопа дає змогу вибору шляхів боротьби з нею, з одного боку, більш глибокого і ґрунтового аналізу похибок гіроскопа за натурних умов – з іншого.

Література

1. Мельник В.М., Карачун В.В. Невісенесиметричний випадок пружної деформації поплавця гіроскопа // Вісник ЖДТУ. – 2006. - №2(37) / Технічні науки. – С.86-91.
2. Карачун В.В., Мельник В.М., Саверченко В.Г., Баранова І.Г. Похибки поплавкового гіроскопа внаслідок дифракції проникаючого акустичного випромінювання // П'ята науково-технічна конференція „Приладобудування 2006: Стан і перспективи”, 25-26 квітня 2006 р., м. Київ, ПБФ, НТУУ „КПІ”. – 2006. – С.49-50.

3. Мельник В.М., Карачун В.В., Узагальнення похибки двостепенного гіроскопа // Вісник ЖДТУ. – 2005. - №3(34) / Технічні науки. – С.76-78.
4. Мельник В.М., Карачун В.В. Додаткові похибки гіроскопа в акустичному середовищі. //Вісник НТУУ „КПІ”. Серія ПРИЛАДОБУДУВАННЯ.)2005. – Вип. 29. – С.33-36.
5. Карачун В.В., Лозовик В.Г., Мельник В.Н. Дифракція звукових волн на підвесі гіроскопа. – К.: ”Корнейчук”, 2000. – 176с.
6. Карачун В.В., Кубрак Н.А. Дротяні елементи приладів в акустичному середовищі. – К.:”Корнейчук”, 2001. – 160с.
7. Многомерные задачи нестационарной упругости подвеса поплавкового гироскопа. / В.В. Карачун, В.Г.Лозовик, Е.Р.Потапова, В.Н.Мельник/ Под ред. В.В.Карачуна. – К.: «Корнейчук», 2000. – 128с.
8. Погрешности гироскопического интегратора линейных ускорений в натуральных условиях / В.В. Карачун, В.Н.Мельник, В.Г.Лозовик, А.А.Одинцов / Под ред. В.В.Карачуна. – К.: ”Корнейчук”, 2001.- 144с.
9. Карачун В.В., Мельник В.Н., Саверченко В.Г. Некоторые аспекты влияния проникающего акустического излучения на приборы и системы инерциальной навигации / Космічна наука і технологія. 2004 Т. 10. № 4 – С. 50-59.
10. Мельник В.М., Карачун В.В. Невісесиметричний випадок пружної деформації поплавця гіроскопа // Вісник ЖДТУ. – 2006. - №2(37) / Технічні науки. – С.86-91.
11. Baron M.L., Bleich H.H. Tables of frequencies and free vibration of infinitely long thin cylindrical shells, J. of APM, 1954, v.21, №2. – P. 178-184.
12. Гонткевич В.С. Собственные колебания пластин и оболочек: Справочник / Под ред. А.П.Филиппова. – К.: Наук. думка, 1964. – 288 с.

<p>Мельник В.Н., Карачун В.В. Определение функций $\varphi_k^S(z), \psi_k^S(z), \gamma_k^S(z)$ при отсутствии упругого перекрестного влияния координат поплавка гироскопа. Проводится численный анализ безразмерных частот упругих колебаний поверхности поплавка гироскопа под действием внешнего возмущения пространственного характера. Обосновывается выбор partialis частот для одной из модификаций промышленного образца поплавкового прибора.</p>	<p>Mel'nick V.N., Karachun V.V. Definition of functions $\varphi_k^S(z), \psi_k^S(z), \gamma_k^S(z)$ at absence of elastic cross influence of coordinates of a float of a gyroscope. The numerical analysis of dimensionless frequencies of elastic fluctuations of a surface of a float of a gyroscope under action of external indignation of spatial character is spent. The choice partialis frequencies for one of updatings the industrial sample float-actuated a hair parting proves.</p>
---	---

*Надійшла до редакції
6 квітня 2006 року*

УДК 629.7.054

АНАЛІЗ ЗБУРЕНОГО СТАНУ ПОПЛАВЦЯ ГІРОСКОПА ВНАСЛІДОК ДИФРАКЦІЇ ЗВУКОВИХ ХВИЛЬ НА ЩІЛИНІ

Кладун О.А. Національний технічний університет України “Київський політехнічний інститут”, м. Київ, Україна

Визначаються координатні функції пружно-податливої зовнішньої оболонки двостепенного поплавкового гіроскопа. Наводиться аналіз збуреного стану поверхні під дією

дифракційної акустичної хвилі, що надходить до приладу крізь щілину заданих типорозмірів

Вступ

Двостепеневі гіроскопи знайшли досить широке застосування на рухомих об'єктах і в системах інерціальної навігації, і в пілотажному обладнанні. Особливе місце тут посідають поплавкові прилади, рухома частина котрих знаходиться у зваженому стані завдяки важкій рідині [1, 2]. Прогресивна на свій час, ця ідея дозволила зробити суттєвий крок уперед на шляху зменшення похибок бортової апаратури [3, 4].

Разом з тим, останні дослідження доводять, що поплавкові прилади під час старту ракет-носіїв мають значні похибки і причиною цього слугує проникаюче під фюзеляж акустичне випромінювання високого рівня - 150 ... 160 дБ [5]. Отже, рідиннофазна частина гіроскопа надає можливість вільного доступу усередину прилада акустичних хвиль. В свою чергу, вони генерують в механічній системі підвісу пружні коливання, які у своїй сукупності сприймаються гіроскопом як "хибна" кутова швидкість основи.

Постановка задачі

Для глибокого осмислення явища необхідно з'ясувати природу пружної взаємодії просторового збурюючого чинника з приладом, побудувати розрахункові моделі, окреслити коло задач аналізу і синтезу. Зокрема, це стосується дифракційних ефектів на шпарині, крізь котру надходить хвиля надлишкового тиску.

Метою досліджень є спроба, за певних спрощуючих припущень, визначити та обчислити координатні функції оболонкової частини приладу.

Вихідні припущення та визначення координатних функцій

Розрахункову модель пружної взаємодії дифракційної звукової хвилі з двостепеневим гіроскопом будують за припущення плоскої хвилі акустичного тиску P , яка потрапляє на пружно-податливу зовнішню оболонку, що з'єднана в'яззю c_1 з абсолютно твердим внутрішнім циліндром. В ньому знаходиться гіроагрегат.

Проникаюче акустичне випромінювання потрапляє на прилад крізь щілину довжини $2L$ (рис. 1).

Рівняння зовнішньої оболонки, за умови нормального падіння хвилі тиску, мають вигляд [6]:

$$\begin{aligned} (\omega^2 \rho + 1)W + \frac{\partial V}{\partial \beta} + c^2 \left(\frac{1}{r^4} \frac{\partial^4 W}{\partial \beta^4} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial^4 W}{\partial \beta^2 \partial x^2} + \frac{\partial^4 W}{\partial x^4} \right) = \\ = f(x, x_0, \beta, t) \delta(x - x_0) + P(x, \beta, r, t) \stackrel{def}{=} F(x, x_0, \beta, t), \end{aligned} \quad (1)$$

де V , W - відповідно тангенціальні і радіальні переміщення елементів поверхні під дією падаючої хвилі $-\infty < x < +\infty$;

$0 \leq \beta \leq 2\pi$; усі коефіцієнти постійні за величиною.

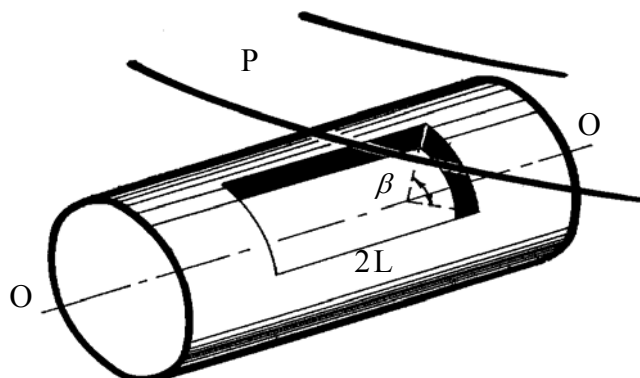


Рис. 1. Дифракція звукових хвиль на щілині

Якщо навести збурення $F(x_0, x, \beta, t)$, а також координатні функції $U(x_0, x, \beta, t)$ і $W(x_0, x, \beta, t)$ у вигляді тригонометричних рядів Фур'є за змінною β ($0 \leq \beta \leq 2\pi$)

$$\begin{aligned} F(x, x_0, \beta, t) &= \sum_{m=-\infty}^{+\infty} F_m(x) \exp(im\beta); \\ V(x, x_0, \beta, t) &= \sum_{m=-\infty}^{+\infty} V_m(x) \exp(im\beta); \\ W(x, x_0, \beta, t) &= \sum_{m=-\infty}^{+\infty} W_m(x) \exp(im\beta). \end{aligned} \quad (2)$$

Тоді рівняння (1) трансформується до системи з двох звичайних відносно змінних $V_m(x)$ та $W_m(x)$:

$$\begin{aligned} (\omega^2 \rho - m^2) V_m(x) + \frac{1-\sigma}{2} V_m''(x) + imW_m(x) &= 0; \\ imV_m(x) + \left(\omega^2 \rho + 1 + \frac{c^2 m^4}{r^4} \right) W_m(x) - \frac{2c^2 m^2}{r^2} W_m''(x) + c^2 W_m^{IV}(x) &= F_m(x), \\ m &= 0, \pm 1, \pm 2, \dots \end{aligned} \quad (3)$$

Розглянемо випадок, коли $m \neq 0$.

Тоді з першого рівняння системи (3) походить:

$$\begin{aligned} mW_m(x) &= i(\omega^2 \rho - m^2) V_m(x) + i \frac{1-\sigma}{2} V_m''(x); \\ mW_m''(x) &= i(\omega^2 \rho - m^2) V_m''(x) + i \frac{1-\sigma}{2} V_m^{IV}(x); \\ mW_m^{IV}(x) &= i(\omega^2 \rho - m^2) V_m^{IV}(x) + i \frac{1-\sigma}{2} V_m^{IV}(x). \end{aligned} \quad (4)$$

А після підстановки виразів (4) у друге рівняння системи (3), отримуємо для функції $V_m(x)$ наступне рівняння шостого порядку із сталими коефіцієнтами:

$$S_{m,1}V_m(x) + S_{m,2}V_m''(x) + S_{m,4}V_m^{IV}(x) + V_m^{IV}(x) = h_m(x), \quad (5)$$

де

$$\frac{2}{c^2(1-\sigma)} \left[(\omega^2 \rho - m^2) \left(\omega^2 \rho + 1 + \frac{c^2 m^4}{r^4} \right) + m^2 \right] = S_{m,1};$$

$$\frac{1}{c^2} (\omega^2 \rho + 1) + \frac{m^4}{r^4} - \frac{4m^2}{1-\sigma} (\omega^2 \rho - m^2) = S_{m,2};$$

$$\frac{-2mi}{c^2(1-\sigma)} F_m(x) = h_m(x),$$

$$m = \pm 1, \pm 2, \dots$$

Якщо проінтегрувати це рівняння, можна знайти $W_m(x)$ простим диференціюванням розв'язку $V_m(x)$, як це зазначено у першому рівнянні системи (3).

Вважаючи функцію $f(x, x_0, \beta, t)$ визначеною, шукаємо переміщення внутрішньої оболонки $U(x, x_0, \beta, t)$ із співвідношення (рис. 2):

$$f(x, x_0, \beta, t) = c_1 [U(x, x_0, \beta, t) - W(x, x_0, \beta, t)].$$

Знайдемо розв'язок рівняння (5) за умови його обмеження при $x \rightarrow \pm\infty$. Індeksi "m" надалі опускаємо.

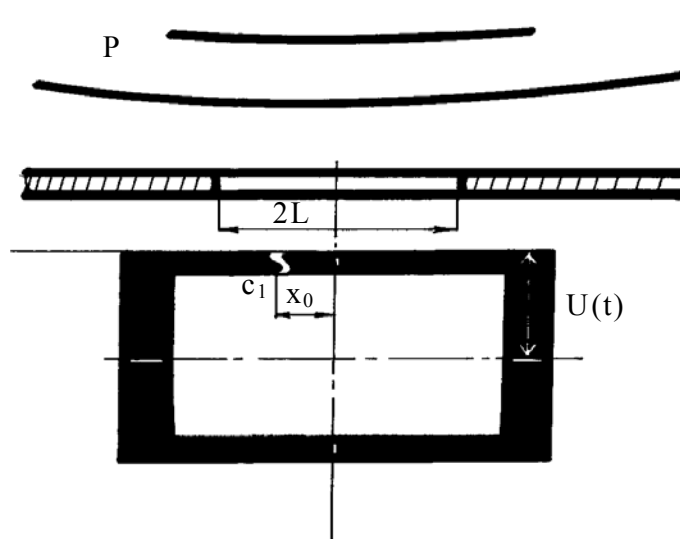


Рис. 2. Природа пружної взаємодії акустичних хвиль з поплачковим гіроскопом

Рівнянню (5) відповідає характеристичний поліном

$$\lambda^6 + S_4 \lambda^4 + S_2 \lambda^2 + S_1 = 0, \quad (6)$$

який запишемо у вигляді –

$$z^3 + S_4 z^2 + S_2 z + S_1 = 0, \quad (7)$$

де $\lambda^2 = z$.

Розглянемо випадок, коли всі корені рівняння (6)

$$\lambda_j = \alpha_j + i v_j, j = \overline{1,6}. \quad (8)$$

прості.

Або, приймаючи до уваги сказане раніше,

$$\lambda_j = \alpha_j + i v_j = \lambda_{mj} = \alpha_{mj} + i v_{mj}. \quad (9)$$

Не виключено, що деякі з них лежать на уявній осі, тобто

$$\lambda_k = i v_k, a_k = 0.$$

Загальний розв'язок однорідного рівняння виразу (3.32) має вигляд –

$$V_{01}(x) = \sum_{j=1}^6 a_j \exp(\lambda_j x), \quad (10)$$

де a_j - довільні сталі.

Реакція динамічної системи (5) на одиничний імпульс має бути такою –

$$g(x) = \sum_{j=1}^6 b_j \exp(\lambda_j x). \quad (11)$$

Функція $g(x)$ задовольняє однорідному рівнянню виразу (5) і початковим умовам виду –

$$g(0) = g'(0) = g''(0) = g'''(0) = g^{IV}(0) = 0; g^V(0) = 1. \quad (12)$$

Тоді

$$b = colon(b_1 \ b_2 \ b_3 \ b_4 \ b_5 \ b_6) -$$

є розв'язок наступної системи лінійних алгебраїчних рівнянь:

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ \lambda_1 & \lambda_2 & \lambda_3 & \lambda_4 & \lambda_5 & \lambda_6 \\ \lambda_1^2 & \lambda_2^2 & \lambda_3^2 & \lambda_4^2 & \lambda_5^2 & \lambda_6^2 \\ \lambda_1^3 & \lambda_2^3 & \lambda_3^3 & \lambda_4^3 & \lambda_5^3 & \lambda_6^3 \\ \lambda_1^4 & \lambda_2^4 & \lambda_3^4 & \lambda_4^4 & \lambda_5^4 & \lambda_6^4 \\ \lambda_1^5 & \lambda_2^5 & \lambda_3^5 & \lambda_4^5 & \lambda_5^5 & \lambda_6^5 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ b_4 \\ b_5 \\ b_6 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{vmatrix} \quad (13)$$

Визначник цієї системи - визначник Вандермонда. І, оскільки ваги чисел λ_j різні, цей визначник не дорівнює нулю. Отже, система однозначно розв'язна.

Частковий розв'язок неоднорідного рівняння (5) виглядає так:

$$V_{02}(x) = \sum_{j=1}^6 b_j \exp(\lambda_j x) \int_0^x \exp(-\lambda_j \xi) h(\xi) d\xi, \quad (14)$$

а повний запишеться у вигляді –

$$V_0(x) = V_{01}(x) + V_{02}(x) = \sum_{j=1}^6 \exp(\lambda_j x) \left\{ a_j + b_j \int_0^x \exp(-\lambda_j \xi) h(\xi) d\xi \right\}. \quad (15)$$

Розв'язки шукаємо обмеженими на всій осі $-\infty < x < +\infty$, а носієм функції $h(x)$ є сегмент $-L \leq x \leq L$.

Якщо корінь λ_j знаходиться на уявній осі, тоді $\alpha_j = \operatorname{Re} \lambda_j = 0$, $\lambda_j = iv_j$. Отже α_j залишимо довільним.

Якщо ж $\operatorname{Re} \lambda_j \neq 0$, то α_j вибираємо в такий спосіб:

$$a_j = -b_j \int_0^{L \operatorname{sign} a_j} \exp(-\lambda_j \xi) h(\xi) d\xi. \quad (16)$$

Тоді

$$a_j + b_j \int_0^x \exp(-\lambda_j \xi) h(\xi) d\xi = -b_j \int_x^{L \operatorname{sign} a_j} \exp(-\lambda_j \xi) h(\xi) d\xi. \quad (17)$$

У наслідок цього, сімейство потрібних розв'язків неоднорідного рівняння (5) виявиться наступним:

$$V_m(x) = \sum_{j=1}^6 \exp(iv_j x) \left\{ a_j + b_j \int_0^x \exp(-iv_j \xi) h(\xi) d\xi \right\} - \sum_{j=1}^6 b_j \exp(-\lambda_j x) \cdot b_j \int_x^{L \operatorname{sign} a_j} \exp(-\lambda_j \xi) h(\xi) d\xi, \quad (18)$$

де $h(\xi) = h_m(\xi)$; $\lambda_j = \alpha_j + iv_j = \lambda_{mj} = \alpha_{mj} + iv_{mj}$; $\operatorname{Re} \lambda_j = \alpha_j \neq 0$.

При цьому можливі наступні чотири варіанти конструкції формули (18):

- рівняння (7) має три різних від'ємні корені. У цьому випадку рівняння (6) має три різні пари чисто уявних коренів (не рівних нулю) комплексно сполучених. У цьому випадку перша сума буде налічувати шість доданків, а друга – буде відсутня;

- рівняння (7) має два різних від'ємних кореня та один додатній. Тоді рівняння (3.33) матиме дві різні пари чисто уявних і не рівних нулю комплексно сполучених коренів, а два інших - дійсні (один додатній, інший від'ємний). У цьому випадку перша сума буде містити чотири доданки, друга - два;

- рівняння (7) має один від'ємний корінь. Два інших його корені різні. Тоді рівняння (6) матиме одну пару чисто уявних, не рівних нулю, комплексно сполучених коренів, а його інші корені не будуть знаходитися на уявній осі - два в лівій, два - в правій напівплощинах. Перша сума в цьому випадку містить два доданки, друга - чотири;

- рівняння (7) не має від'ємних коренів. Тоді рівняння (6) не буде мати чисто уявних коренів, а тільки три корені у лівій і три у правій напівплощинах.

Перша сума буде відсутня, друга - буде містити чотири доданки.

Уточнимо поведження розв'язків (18) поза носієм функції $h(x)$, тобто поза щільною $-L \leq x \leq L$, коли $h(x) \equiv 0$.

Якщо $L \leq x \leq +\infty$, тоді перша сума у виразі (18) виглядає в такий спосіб:

$$\sum_{j=1}^6 (a_j + b_j p_j) \exp(iv_j x);$$

$$p_j = \int_0^{def L} \exp(-iv_j \xi) h(\xi) d\xi, \quad (19)$$

$$\operatorname{Re} \lambda_j = \alpha = 0.$$

У цій сумі стільки доданків, скільки коренів рівняння (6) знаходиться на уявній осі. Якщо таких коренів немає, ця сума відсутня.

За $\operatorname{Re} \lambda_j = \alpha > 0$ і $L \leq x \leq +\infty$

$$\int_x^{L \operatorname{sign} a_j} \exp(-\lambda_j \xi) h(\xi) d\xi = - \int_L^x \exp(-\lambda_j \xi) h(\xi) d\xi = 0, \quad (20)$$

де $\forall x: L < x < +\infty$.

Тому друга сума, якщо вона присутня у виразі (18), буде такою:

$$\sum_{j=1}^6 b_j c_j \exp(\lambda_j x);$$

$$c_j = \int_{-L}^{def L} \exp(-\lambda_j \xi) h(\xi) d(\xi) = 0, \quad (21)$$

$$\operatorname{Re} \lambda_j = \alpha = 0.$$

Вона буде прагнути до нуля, якщо $x \rightarrow +\infty$ разом із усіма своїми похідними за змінною x .

Отже, при $L < x < +\infty$

$$V_m(x) = \sum_{j=1}^6 (a_j + b_j p_j) \exp(iv_j x) + \sum_{j=1}^6 b_j c_j \exp(\lambda_j x) \quad (22)$$

$$\operatorname{Re} \lambda_j = \alpha = 0 \qquad \operatorname{Re} \lambda_j = \alpha < 0$$

Аналогічно, якщо $-\infty < x < -L$:

$$V_m(x) = \sum_{j=1}^6 (a_j - b_j q_j) \exp(iv_j x) + \sum_{j=1}^6 b_j c_j \exp(\lambda_j x) \quad (23)$$

$$\operatorname{Re} \lambda_j = \alpha = 0 \qquad \operatorname{Re} \lambda_j = \alpha > 0,$$

де $q_j = \int_{-L}^0 \exp(-iv_j \xi) h(\xi) d(\xi)$.

Якщо у формулах (22) і (23) перша сума присутня, тоді вона осцилює, а друга – прагне до нуля в першій формулі при $x \rightarrow +\infty$, а в другій формулі – при $x \rightarrow -\infty$ разом із усіма їхніми похідними за змінною x .

Отже, випадок відсутності кратних коренів у рівнянні (7) проаналізований у повному обсязі.

Висновки

Наведені результати дають можливість кількісного і якісного аналізу вивчаємого явища в цілому і координатних функцій оболонкової частини приладу –

зокрема. Досліджуєма проблема досить складна і багатогранна, тому наведений матеріал висвітлює деякі принципові для осмислення аспекти. Разом з тим, визначення примусового руху механічної системи приладу під дією проникаючих хвильових чинників слугує підґрунтям для науково обґрунтованих висновків щодо напрямів подальших досліджень.

Література

1. Данилин В.П. Гирокоспические приборы. – М.: «Высшая школа», 1965. – 539 с.
2. Ривкин С.С. Теория гирокоспических устройств: Учебное пособие в 2-х ч. – Л.: Судпромгиз, 1962.
3. Ткачев Л.И. Системы инерциальной ориентировки: Учебное пособие. – М.: МЭИ, 1973. – 213 с.
4. Draper C.S., Wrigley W. And Grohe L.R. The Floating Intergating Gyro and its Application to Geometrical Stabilization Problems on Mooving Bases. Aero. Eng. Rev., vol. 15, № 6, June, 1956. – P. 39-44.
5. Карачун В.В., Каюк Я.Ф., Мельник В.Н. Волновые задачи поплавкового гирокопа. – К.: «Корнейчук», 2007. – 228 с.
6. Kennard E.H. The new Approach Shell Theory circular Cylinders. – J. Appl. Mech., 1953, 20, № 1. – P. 71-79.

Кладун Е.А. Анализ возмущенного состояния поплавка гирокопа вследствие дифракции звуковых волн на щели.

Определяются координатные функции упруго-податливой внешней оболочки двухстепенного поплавкового гирокопа. Приводится анализ возмущенного состояния поверхности под действием дифракционной акустической волны, которая поступает в прибор сквозь щель заданных типоразмеров.

Kladun O.A. The analysis of a perturbed state of a float of the gyro owing to diffraction of sound waves on a slot.

The coordinate functions of an elastic - yielding outer shell two-powermode of a floated-type gyroscope are determined. The analysis of a perturbed state of a surface under operating of a diffraction acoustic wave is resulted, which one acts in the device through a slot of given type sizes.

*Надійшла до редакції
6 квітня 2006 року*

УДК 629.1.05

АНАЛИТИЧЕСКОЕ ГИРОКОМПАСИРОВАНИЕ ИНЕРЦИАЛЬНОЙ ПЛАТФОРМЫ

¹⁾Мелешко В.В., ²⁾Габбасов С.М., ²⁾Корнейчук В.В., ²⁾Манохин В.И., ³⁾Скуднева О.В.,

¹⁾Национальный технический университет Украины “Киевский политехнический институт”, г. Киев, Украина; ²⁾РПКБ, г.Раменское, Россия; ³⁾МГТУ им.Баумана, г.Москва, Россия

Рассматривается точность гирокомпасирования в условиях азимутальных колебаний объекта, оценка и учет влияния составляющих ухода гирокопов

Введение

Аналитическое гирокомпасирование состоит в определении азимутального угла платформы по сигналам каналов горизонтальной интегрально-

позиционной коррекции. С целью устранения влияния систематических составляющих угловой скорости ухода гироскопов платформы сигналы снимают в двух положениях платформы, отличающихся по азимутальному углу на 180 градусов. Такой режим называют двойным аналитическим гирокомпасированием. После обработки сигналов двух положений получают искомый азимутальный угол, а также значения систематических составляющих угловых скоростей ухода гироскопов горизонтальных каналов. Характеристики режима гирокомпасирования – время и точность (погрешность).

Условия выставки платформы на объекте усложняются, когда объект испытывает возмущения, вызывающие его колебания. Это могут быть ветровые колебания или работы по обслуживанию объекта.

Подобных научно-технических исследований в литературе не приведено. Поэтому целью работы являлось исследование основных характеристик гирокомпасирования и поиск возможных путей их улучшения.

Исследование погрешностей в условиях азимутальных колебаний объекта

На рис.1 показана схема интегрально-позиционной горизонтальной коррекции.

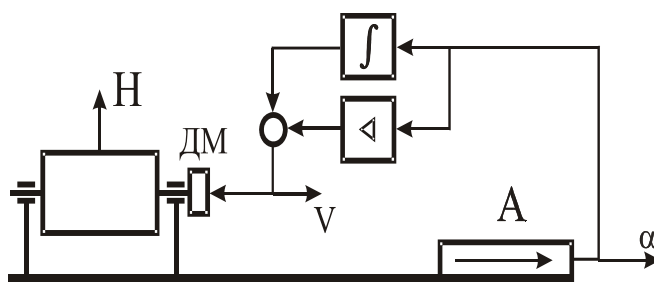


Рис. 1. Схема интегрально-позиционной горизонтальной коррекции, где: α - угол отклонения от горизонта, V – проекция линейной скорости объекта из-за вращения Земли, A - акселерометр, ДМ – латчик момента гироскопа

Для описания работы системы введем следующие системы координат (рис.2, 3): $EN\zeta$ - географический базис, $\xi\eta\zeta$ - произвольно расположенный в азимуте горизонтальный базис (назовем его опорным), $хуz$ – связанный с платформой базис, V – абсолютная линейная скорость точки Земли, а также χ – азимутальный угол платформы, R – радиус сферической Земли, φ - широта места ; $\alpha_x, \alpha_y, \alpha_z$ - углы поворота платформы относительно базиса $\xi\eta\zeta$.

Уравнения движения платформы могут быть представлены в виде

$$\begin{aligned} \dot{\alpha}_x &= -V_y / R + u_\zeta \alpha_y - u_\xi - u_\eta \alpha_z + \varepsilon_x, \\ \dot{\alpha}_y &= V_x / R - u_\zeta \alpha_x - u_\eta + u_\xi \alpha_z + \varepsilon_y, \\ \dot{\alpha}_z &= u_\eta \alpha_x - u_\xi \alpha_y + \varepsilon_z, \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned}\dot{V}_x &= -k_u g(\alpha_y + \varepsilon_a) - k_n \dot{\alpha}_y, \\ \dot{V}_y &= k_u g(\alpha_x + \varepsilon_a) + k_n \dot{\alpha}_x,\end{aligned}$$

где $u_\xi = -u_N \sin \chi$, $u_\eta = u_N \cos \chi$, $u_N = u \cos \varphi$, $u_\zeta = u \sin \varphi$,
 u – скорость вращения Земли.

$$\varepsilon_i = \bar{\varepsilon}_i + \tilde{\varepsilon}_i, \quad i = x, y, z. \quad \dot{\tilde{\varepsilon}}_i = -\mu_i \tilde{\varepsilon}_i + \sigma_i \sqrt{2\mu_i} w$$

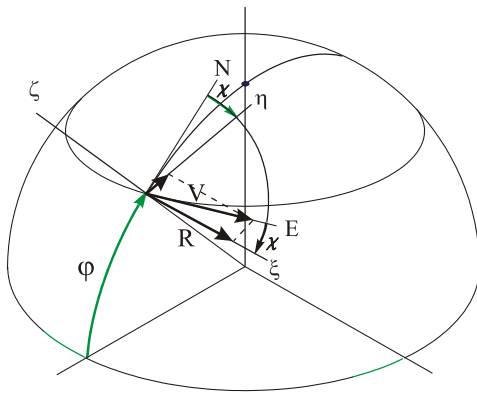


Рис.2. Сопровождающие базисы

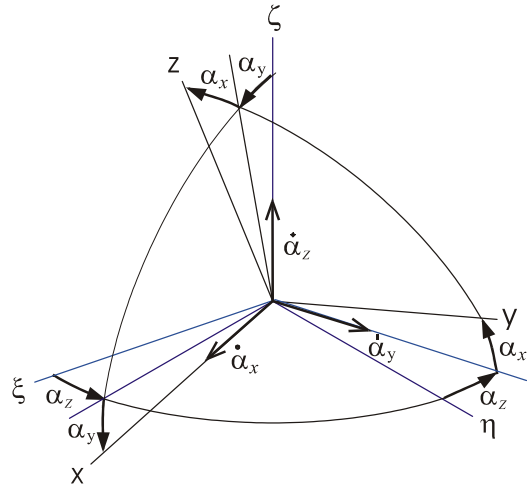


Рис.3. Системы координат и углы поворота

Здесь k_u , k_n - коэффициенты передачи интегрального и позиционного контуров соответственно; $\varepsilon_i = \bar{\varepsilon}_i + \tilde{\varepsilon}_i$, $i = x, y, z$ - угловые скорости ухода гироскопов, состоящие из систематической $\bar{\varepsilon}$ и случайной $\tilde{\varepsilon}$ составляющих; $\chi = \bar{\chi} + \tilde{\chi}$ - азимутальный угол платформы, состоящий из систематической $\bar{\chi}$ и случайной $\tilde{\chi}$ составляющих, ε_a - систематическая ошибка акселерометра.

Азимутальный угол платформы определяют по выходным сигналам горизонтальной коррекции, соответствующим составляющим абсолютной линейной скорости объекта из-за вращения земли: $\chi_{np} = \arctg(V_y/V_x)$. Ошибка определения азимутального угла $\Delta\chi = \chi_{np} - \bar{\chi}$.

На рис.4 показан результат моделирования гироскомпасирования при систематических составляющих угловых скоростей дрейфа гироскопов 3 °/час (соответствует гироскопу ГВК-6). Из рис.4 видно, что погрешность гироскомпасирования слишком велика (35°).

Известное решение для устранения влияния систематических уходов гироскопов - режим двойного гироскомпасирования.

В этом случае сигналы снимают в двух положениях платформы, отличающихся по азимутальному углу на 180 градусов. После обработки сигналов двух положений получают искомый азимутальный угол, а также значения систематических составляющих угловых скоростей ухода гироскопов горизонтальных

каналов по формулам

$$\chi_{np} = \arctg((V_{y1} - V_{y2}) / (V_{x1} - V_{x2})) ;$$

$$\bar{\varepsilon}_x = (V_{x1} + V_{x2}) / 2R , \quad \bar{\varepsilon}_y = (V_{y1} + V_{y2}) / 2R .$$

Здесь индексами 1,2 обозначены сигналы в разных положениях платформы.

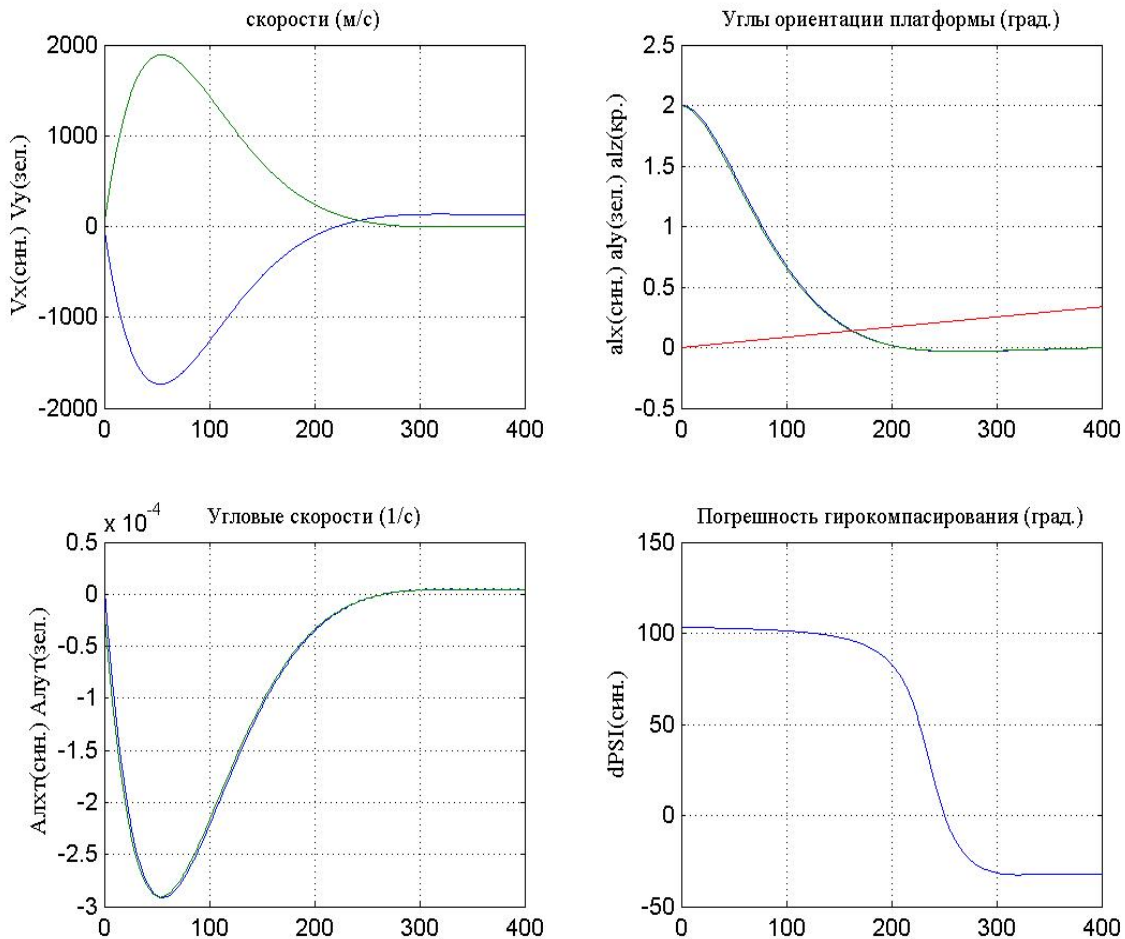


Рис.4. Параметры гироскомпасирования при систематических составляющих ухода гироскопов 3 град./ч в течение 400 с

При моделировании двойного гироскомпасирования в условиях азимутальных колебаний объекта видно, что азимутальные колебания заметно сглаживаются за счет небольших скоростей коррекции платформы, а уход гироскопа азимутального канала дает существенную ошибку (рис.5). Необходима калибровка и компенсация ухода азимутального гироскопа или удерживание платформы в азимуте по датчику угла гироскопического курса.

На рис. 5, 6 показаны результаты, когда объект имеет азимутальные колебания с амплитудой 1° и периодом 8 с. Они сглаживаются платформой до амплитуды $0,05^\circ$ (в 20 раз). После численного осреднения на конечном участке (рис.6)

они практически незаметны.

На погрешность двойного гироскомпасирования влияет погрешность поворота платформы на угол 180 градусов от ее начального положения, определяемая погрешностью датчика угла и следящей системы.

Погрешность от неточности задания азимутального положения платформы соответствует половине неточности задания .

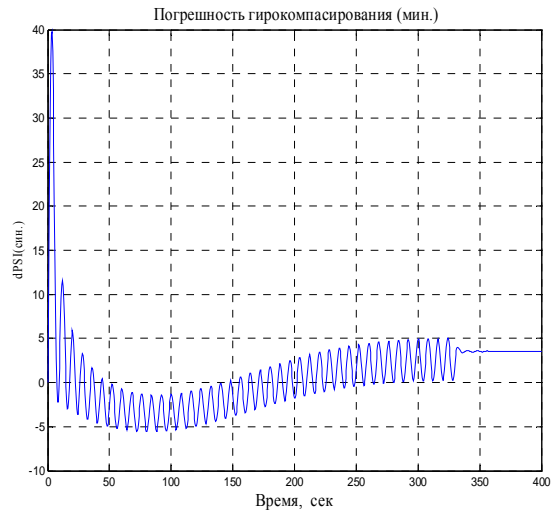
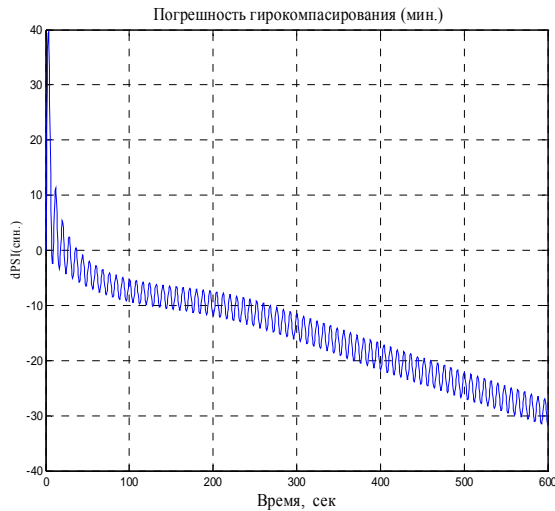


Рис.5. Погрешности двойного гироскомпасирования при систематических составляющих ухода гироскопов 3 град/ч

Рис.6. Погрешности при учете дрейфа азимутального гироскопа или удерживании в азимуте по датчику угла с осреднением в последние 30 с

Таким образом, при начальных ошибках платформы $\alpha_{x0} = 2^\circ$, $\alpha_{y0} = 2^\circ$, $\alpha_{z0} = 0^\circ$, широте $\varphi = 60^\circ$, курсе объекта 30° , систематических составляющих угловых скоростей ухода гироскопов $\bar{\varepsilon}_i = 3$ град./час, $i = x, y$, некомпенсированной составляющей ухода азимутального гироскопа $\bar{\varepsilon}_z = 0,3$ град./час, случайных составляющих ухода 0,01 град./час, смещении нуля акселерометра $10^{-5}g$, коэффициенте передачи интегратора $k_u = 250$, коэффициенте передачи позиционного канала $k_n = 2 \cdot 10^5$ м/с, погрешности азимутального датчика угла и следящей системы 3,5 угл.мин., азимутальных колебаниях объекта с амплитудой 1 град. и периодом 8 сек., шаге интегрирования $h = 0,5$ с погрешность двойного гироскомпасирования **не превышает 0,1 град.** Время гироскомпасирования - в пределах 15 мин. Максимальная скорость горизонтальной коррекции не превышает при этом $3 \cdot 10^{-4}$ 1/сек (1 град./мин).

Уменьшение времени гироскомпасирования

Представляется полезным исследование других алгоритмов аналитического гироскомпасирования для повышения точности или уменьшения времени гирос-

компасирования.

Остановимся на использовании фильтра Калмана для оценки параметров режима и азимутального угла платформы.

Для этого представим математическую модель системы в форме

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{G}\mathbf{w},$$

где \mathbf{x} - вектор переменных состояния системы, \mathbf{w} - вектор белых шумов системы с единичной интенсивностью и нормальным распределением, $\mathbf{A}(t)$ - матрица состояния, \mathbf{G} - матрица формирования входных возмущений.

Составим следующий вектор переменных состояния

$$\mathbf{x} = [\alpha_x \quad \alpha_y \quad V_x \quad V_y \quad u_\xi \quad u_\eta \quad \varepsilon_x \quad \varepsilon_y \quad \tilde{\varepsilon}_x \quad \tilde{\varepsilon}_y]^T.$$

Для моделирования случайного ухода гироскопов используем формирующий фильтр $\dot{\tilde{\varepsilon}} = -\mu \tilde{\varepsilon} + \sigma \sqrt{2\mu} w$, где μ - коэффициент затухания, σ - среднеквадратическое отклонение.

Учитывая необходимость линеаризации системы уравнений (необходимое условие применения фильтра Калмана), пренебрежем в первых двух уравнениях системы (1) последними слагаемыми. Это допустимо, поскольку α_z не превышает 10^{-3} радиана. Исключим из рассмотрения в связи с этим третье уравнение.

Если принять, что азимутальное положение платформы изменяется по гармоническому закону $\chi = \chi_m \sin \omega t$, можно представить скорости изменения переменных $\dot{u}_\xi = -u_\eta \dot{\chi}$, $\dot{u}_\eta = u_\xi \dot{\chi}$.

Таким образом, линеаризованная система уравнений получает следующий вид:

$$\begin{aligned} \dot{\alpha}_x &= -V_y / R + u_\zeta \alpha_y - u_\xi + \bar{\varepsilon}_x + \tilde{\varepsilon}_x, \\ \dot{\alpha}_y &= V_x / R - u_\zeta \alpha_x - u_\eta + \bar{\varepsilon}_y + \tilde{\varepsilon}_y, \\ \dot{V}_x &= -k_u g(\alpha_y + \varepsilon_a) - k_n \dot{\alpha}_y, \\ \dot{V}_y &= k_u g(\alpha_x + \varepsilon_a) + k_n \dot{\alpha}_x, \\ \dot{u}_\xi &= -u_\eta \dot{\chi}, \\ \dot{u}_\eta &= u_\xi \dot{\chi}, \\ \dot{\varepsilon}_x &= 0, \\ \dot{\varepsilon}_y &= 0, \\ \dot{\tilde{\varepsilon}}_x &= -\mu_x \tilde{\varepsilon}_x + \sigma_x \sqrt{2\mu_x} w, \\ \dot{\tilde{\varepsilon}}_y &= -\mu_y \tilde{\varepsilon}_y + \sigma_y \sqrt{2\mu_y} w. \end{aligned} \tag{2}$$

Ей соответствует матрица

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & U_\zeta & 0 & -1/R & -1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ -U_\zeta & 0 & 1/R & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ k_n U_\zeta & -k_i g_1 & -k_n/R & 0 & 0 & k_n & 0 & 0 & 0 & 0 \\ k_i g_1 & k_n U_\zeta & 0 & -k_n/R & -k_n & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\dot{\chi} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dot{\chi} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\mu_x & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\mu_y \end{bmatrix}$$

Наличие элементов с $\dot{\chi}$ указывает на то, что матрица \mathbf{A} нестационарна и в общем случае необходим учет этой нестационарности по соответствующей информации о $\dot{\chi}$. Однако моделирование показывает, что элементы с $\dot{\chi}$ не влияют существенно на процесс фильтрации и для упрощения ими можно пренебречь.

Матрица \mathbf{G} имеет вид

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma_x \sqrt{2\mu_x} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma_y \sqrt{2\mu_y} \end{bmatrix}^T$$

Уравнение наблюдения имеет вид $\mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{x} + \mathbf{v}$, где матрица наблюдения имеет вид

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} sia^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & sib^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & sva^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & svb^2 \end{bmatrix} \quad \mathbf{H} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Из вида матрицы следует, что измеряются углы отклонения платформы α_x, α_y на выходе акселерометров и данные о составляющих абсолютной скорости V_x, V_y на выходе изодронов. \mathbf{v} - вектор шумов наблюдения.

Оценка наблюдаемости системы по известному критерию

$$\mathbf{N} = [\mathbf{H} \quad \mathbf{H} \cdot \mathbf{A} \quad \mathbf{H} \cdot \mathbf{A}^2 \quad \mathbf{H} \cdot \mathbf{A}^3 \quad \mathbf{H} \cdot \mathbf{A}^4 \quad \mathbf{H} \cdot \mathbf{A}^5 \quad \mathbf{H} \cdot \mathbf{A}^6 \quad \mathbf{H} \cdot \mathbf{A}^7 \quad \mathbf{H} \cdot \mathbf{A}^8 \quad \mathbf{H} \cdot \mathbf{A}^9]^T.$$

показывает, что ранг матрицы \mathbf{N} равен 10, т.е. система полностью наблюдаема.

Для оценки вектора состояния используем алгоритм дискретного фильтра Калмана в следующем виде

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{x}}_{k+1} &= \mathbf{F}_k \hat{\mathbf{x}}_k, \\ \mathbf{K}_k &= \bar{\mathbf{P}}_k \mathbf{H}_k^T [\mathbf{H}_k \bar{\mathbf{P}}_k \mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}]^{-1}, \\ \hat{\mathbf{x}}_k &= \bar{\mathbf{x}}_k + \mathbf{K}_k [\mathbf{y}_k - \mathbf{H}_k \bar{\mathbf{x}}_k], \\ \bar{\mathbf{P}}_k &= [\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \mathbf{H}_k] \bar{\mathbf{P}}_k, \\ \bar{\mathbf{P}}_{k+1} &= \mathbf{F}_k \bar{\mathbf{P}}_k \mathbf{F}_k^T + \mathbf{Q}. \end{aligned}$$

Здесь \mathbf{F} – переходная матрица системы, в общем случае равная $\mathbf{F} = \exp(\mathbf{A} \cdot h)$,

где h – шаг дискретизации.

В нашем случае для облегчения вычислений взято приближенное значение $F = I + A \cdot h$, где I – единичная матрица. \hat{x}_k - скорректированное (апостериорное) значение оценки вектора состояния, \bar{x}_k - предсказанное (априорное) значение оценки вектора состояния, K – матрица коэффициентов усиления Калмана, \hat{P}_k - скорректированная (апостериорная) корреляционная матрица ошибок фильтра, \bar{P}_k - предсказанная (априорная) корреляционная матрица ошибок фильтра, R - матрица интенсивностей шумов наблюдения (измерения) v , Q – матрица интенсивностей входных возмущений Gw .

Начальная матрица $P_k(10,10)$ содержит диагональные элементы, соответствующие начальным дисперсиям ошибок соответствующих переменных состояния. В матрице $R(4,4)$ sia, sib – среднеквадратические отклонения ошибок измерения углов $\alpha_x, \alpha_y, sva, svb$ - среднеквадратические отклонения ошибок измерения скоростей V_x, V_y . При моделировании приняты $sia = sib = 1e-6$ радиан, $sva = svb = 0,1$ м/с.

Матрица $Q(10,10)$ принята единичной.

Вектор начальных значений переменных состояния принят следующим

$$x = [\alpha_{x0} \quad \alpha_{y0} \quad V_{x0} \quad V_{y0} \quad u_{\xi 0} \quad u_{\eta 0} \quad \bar{\varepsilon}_x \quad \bar{\varepsilon}_y \quad 0 \quad 0]^T,$$

$$\alpha_{x0} = \alpha_{y0} = 2^0, \quad V_{x0} = R u_{\eta 0}, \quad V_{y0} = R u_{\xi 0}, \quad \bar{\varepsilon}_x = 3^0 / \text{ч}, \quad \bar{\varepsilon}_y = -\bar{\varepsilon}_x, \quad \tilde{\varepsilon}_x = \tilde{\varepsilon}_y = 0.$$

Результат моделирования при $\mu_i = 1e-2$ 1/с, $\sigma_x = \sigma_y = 0,01$ ⁰/ч, $\chi_0 = 30^\circ$, шаге дискретизации 1 с приведен на рис.7. Из рис.7 видно, что наиболее медленно сходятся оценки угловых скоростей уходов гироскопов.

Приемлемой точности гироскопирования можно достичь, если полученные оценки суммарного ухода гироскопов использовать для коррекции сигналов о линейной скорости объекта. В случае осреднения оценок уходов погрешность гироскопирования в зависимости от азимутального угла объекта находится в пределах от 5 до 20 угловых минут.

Таким образом, использование фильтра Калмана для оптимальной оценки вектора состояния позволяет сократить время гироскопирования при приемлемой точности.

Выводы

Азимутальные колебания объекта существенно сглаживаются инерциальной платформой в режиме двойного аналитического гироскопирования. При колебаниях объекта амплитудой 1 градус с периодом 8 с колебания платформы не превышают 6 угл.мин. Время аналитического гироскопирования можно сократить до 10 минут при погрешности до 0,3 градуса при оценке уходов гироскопов методом калмановской фильтрации и ввода после этого соответствующей коррекции.

Дальнейшие исследования возможностей ускорения оценки уходов гироскопов

скопов могут способствовать дополнительному уменьшению времени гироскопирования.

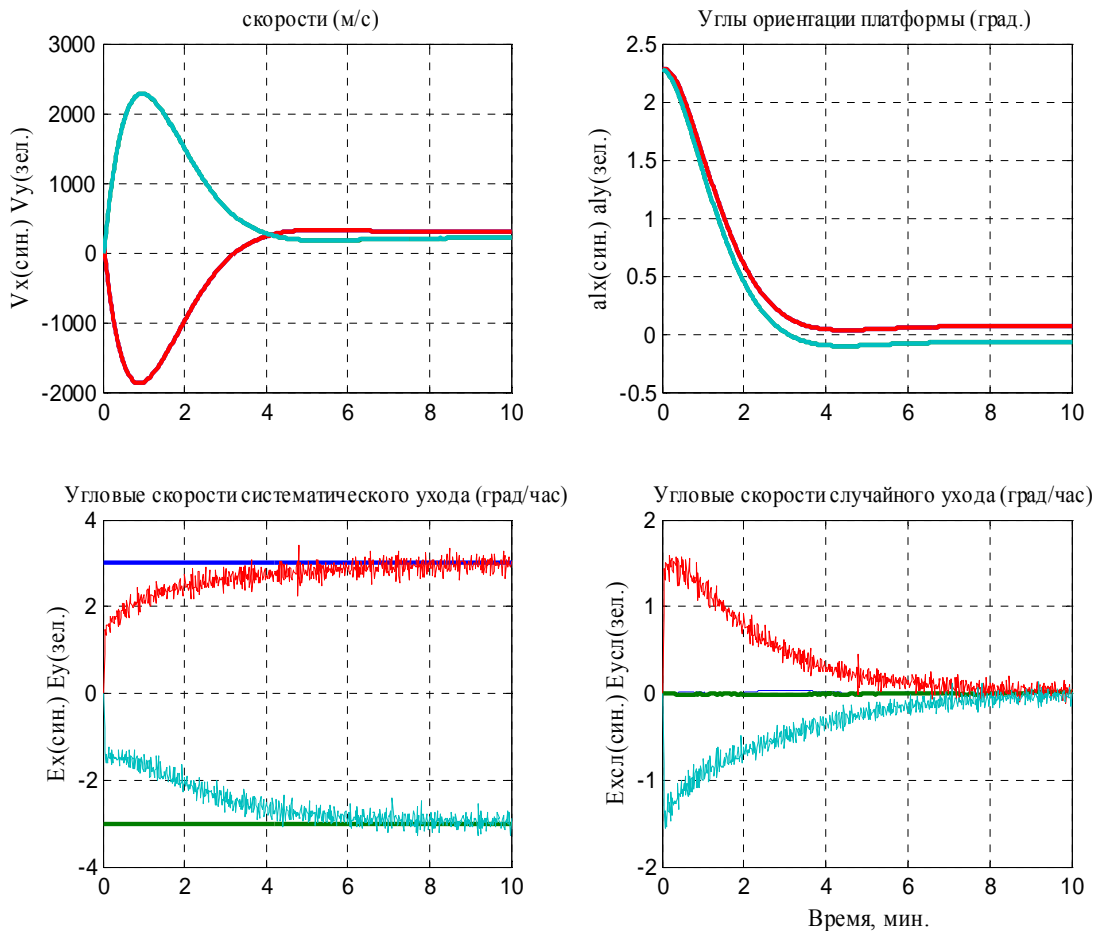


Рис.7. Траектории изменения переменных и их оценок (по скоростям и углам практическое совпадение)

<p>Мелешко В.В., Габбасов С.М., Корнійчук В.В., Манохін В.И., Скуднева О.В. Аналітичне гіроскопування інерціальної платформи Розглянуто похибки при азимутальних коливаннях об'єкта при одинарному й подвійному гіроскопуванні. Показано, що при оцінці параметрів системи разом з систематичною та випадковою складовими відходу гіроскопів, методом калмановської фільтрації можна досягти часу одинарного гіроскопування порядку 10 хв. при прийнятній точності.</p>	<p>Meleshko V.V., Gabbasov S.M., Kornejchuk V.V., Manohin V.I., Skudneva O.V. Analytic gyrocompassing of inertial platform Errors of inertial platform gyrocompassing are investigated for single and double gyrocompassing. It is indicate, that under the estimate of system parameters together the constant and random gyro drifts by Kalman filters metod, it is possible to have the gyrocompassing time less, than 10 minutes with good accuracy.</p>
---	--

Надійшла до редакції
23 травня 2007 року