

АВТОМАТИЗАЦІЯ ТА ІНТЕЛЕКТУАЛІЗАЦІЯ ПРИЛАДОБУДУВАННЯ

УДК 62-50+007.52

НЕЛИНЕЙНЫЕ РЕГРЕССИОННЫЕ МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ МАГНИТНЫХ СИСТЕМ ДЛЯ РЕГИСТРАЦИИ СИГНАЛОВ ПРОСКАЛЬЗЫВАНИЯ

¹⁾Кондратенко Ю.П., ¹⁾Шишкин А.С., ¹⁾Национальный университет кораблестроения имени адмирала Макарова, г. Николаев, Украина; ²⁾Николаевский государственный гуманитарный университет имени П. Могилы, г. Николаев, Украина

Статья посвящена синтезу нелинейных математических моделей на основе данных экспериментальных исследований магнитной системы датчика проскальзывания. Приведены результаты статистического анализа синтезированных регрессионных моделей для трех различных магнитных систем

Введение

Для решения задачи перемещения объектов манипулирования (предметов) с изменяющимися параметрами широко используются адаптивные роботы, построенные на основе современных сенсорных систем и информационных технологий. Отдельного внимания заслуживают их системы очувствления на основе датчиков проскальзывания (ДП), которые позволяют корректировать величину сжимающего усилия захватного устройства робота при изменении массы предмета, исключая его повреждение или деформацию. При разработке новых ДП необходимо проводить: исследование чувствительности ДП, синтез математических моделей, построение статических характеристик [1,2,3].

Минимальное значение пробного движения захватного устройства является важным параметром адаптивного робота, т. к. при слишком большой величине пробного движения (и выполнении серии пробных движений для создания требуемого сжимающего усилия) возникает значительное смещение захватного устройства относительно центра предмета, что в ряде случаев может потребовать повторного перезахватывания предмета. Как правило математическая модель ДП представляет собой функциональную зависимость выходного сигнала датчика от величины перемещения объекта манипулирования в захватном устройстве робота. Следовательно, полученные в результате синтеза математические модели позволяют связать чувствительность ДП с величиной минимального пробного движения захватного устройства робота, что в дальнейшем позволяет определить соответствие разработанного ДП требуемой технологической задаче или операции.

Основной целью данной статьи является синтез нелинейных регрессионных математических моделей на основе результатов экспериментальных исследований трех типов магнитных систем для разработанного авторами датчика проскальзывания, а также проведение сравнительного анализа статистических характеристик синтезированных регрессионных моделей линейного и нелинейного типа [1].

Магнитный датчик проскальзывания

На рис. 1 показано схему разработанного авторами датчика для регистрации сигнала проскальзывания предмета [4].

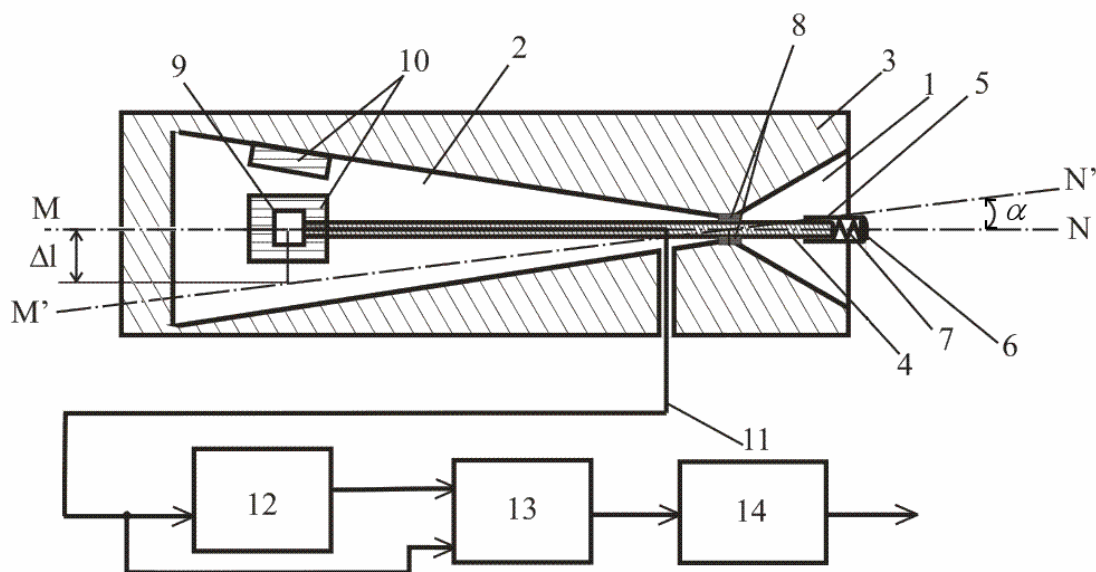


Рисунок 1 – Датчик для регистрации сигнала проскальзывания предмета

Датчик устанавливается в основном 1 и дополнительном 2 пазах конической формы, выполненных в губке 3 захватного устройства. Внутри паза расположен регистратор проскальзывания предмета, состоящий из стержня 4, на одном конце которого расположен наконечник 5, непосредственно контактирующий с объектом проскальзывания. Рабочая поверхность 6 наконечника выполнена из эластичного материала, а сам наконечник соединен со стержнем с помощью пружины 7. Стержень закреплен на губке захватного устройства с использованием упругого элемента 8. В дополнительном пазе расположена магнитная система, состоящая из магниточувствительного элемента 9 и магнитов 10. Проводник 11 обеспечивает передачу сигнала от магниточувствительного элемента к управляемому запоминающему устройству 12. Текущий сигнал и сдвинутый на шаг сигнал с запоминающего устройства поступают на устройство сравнения 13, а затем на релейный блок с логическим выходом 14.

В процессе захватывания поверхность предмета приходит в соприкосновение с наконечником 5, пружина 7 при этом сжимается и наконечник 5 утапливается в пазу 2. Магнитная система регистрирует смещение стержня 4, которое возникает при проскальзывании предмета в захватном устройстве. Сигнал на выходе магниточувствительного элемента 9 изменяется в зависимости от перемещения $\Delta l = f(\alpha)$ оси MN стержня 4.

Синтез и анализ комбинированной линейно-экспоненциальной математической модели

Проведенные экспериментальные исследования [5] позволяют осуществить синтез математических моделей ДП для трех различных магнитных систем с постоянными магнитами (ПМ₁, ПМ₂, ПМ₃) на основе полученных зависимостей

выходного напряжения $U_{дх}$ магнито-чувствительного элемента от перемещения Δl . Для каждой магнитной системы (ПМ₁, ПМ₂, ПМ₃) произведено $k = 17$ измерений выходного напряжения $U_{дхi}$ ($i=1,2,\dots,k$) магниточувствительного элемента для различных значений параметра Δl .

Анализ полученных линейных моделей [1] показал низкую точность синтезированных прямых регрессии из-за нелинейного характера результатов эксперимента [5].

На основе экспериментальных данных [5] осуществим парный нелинейный регрессионный анализ для магнитных систем ПМ₁-ПМ₃ с использованием уравнений линейно-экспоненциальной кривой:

$$y_e(\Delta l) = c_0 + c_1 \Delta l + c_2 e^{\Delta l}. \quad (1)$$

Данное уравнение содержит в себе линейную часть $c_0 + c_1 \Delta l$ и корректирующую нелинейную составляющую $c_2 e^{\Delta l}$.

В основу синтеза математических моделей положено использование статистических методов построения и оценки парных зависимостей [6,7]. В частности, задача регрессионного анализа методом наименьших квадратов состоит в формировании линии регрессии, зная положение k точек на плоскости. При этом сумма Z квадратов отклонений Δ_i^2 этих точек вдоль оси ординат от проведенной линии регрессии должна быть минимальной. Задачу метода наименьших квадратов аналитически можно выразить следующим образом [6]:

$$Z = \sum_{i=1}^k \Delta_i^2 \rightarrow \min, \quad (2)$$

где Δ_i - отклонение вдоль оси ординат значения аналитической функции отклика $y(\Delta l_i)$ от экспериментального значения $U_{дхi}$.

Для физической модели ДП можно записать:

$$Z = \sum_{i=1}^k [U_{дхi} - y_i(\Delta l_i)]^2 \rightarrow \min, \quad i = \overline{1, k} \quad (3)$$

Построенная на основе условия (3) линия регрессии позволяет с определенной вероятностью предсказать в интервале $\Delta l \in [\Delta l_1; \Delta l_n]$ значения функции y , отсутствующие в таблице результатов экспериментальных исследований.

Используя линеаризующие преобразования [6,7], вычисляем для (1) коэффициенты c_0 , c_1 и c_2 . Линейно-экспоненциальные модели в соответствии с (1) принимают вид:

а) для магнитной системы ПМ₁:

$$y_{eM1}(\Delta l) = 2,792 - 0,045 \Delta l + 4,6 \cdot 10^{-4} \cdot e^{\Delta l} \quad (4)$$

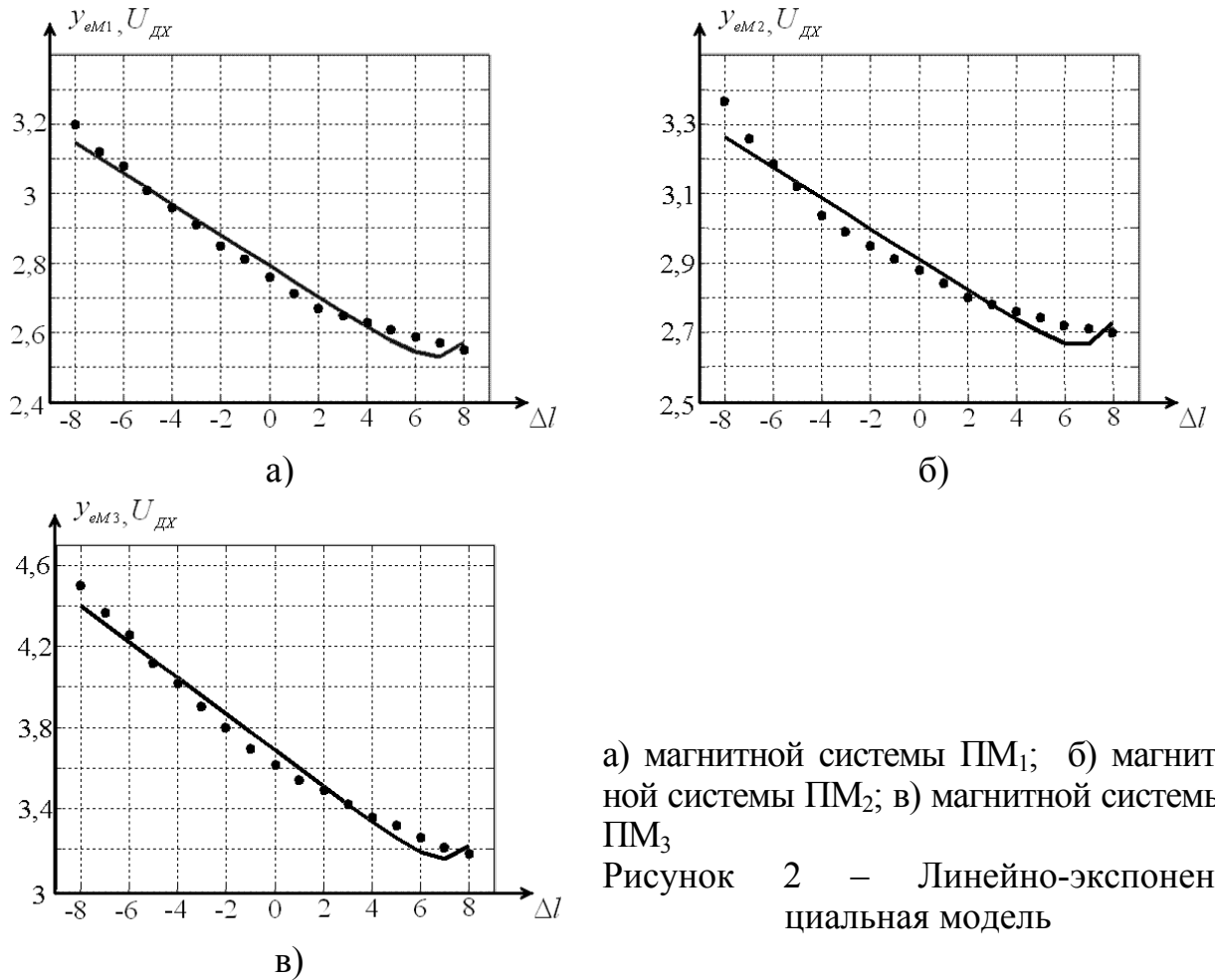
б) для магнитной системы ПМ₂:

$$y_{eM2}(\Delta l) = 2,91 - 0,044 \Delta l + 5,6 \cdot 10^{-4} \cdot e^{\Delta l} \quad (5)$$

в) для магнитной системы ПМ₃:

$$y_{eM3}(\Delta l) = 3,68 - 0,089 \Delta l + 8,1 \cdot 10^{-4} \cdot e^{\Delta l} \quad (6)$$

Для сравнения на рис.2 приведены полученные линии регрессии (4)-(6) (сплошные линии) и результаты экспериментальных исследований (точки) [5]:



Проведем анализ статистических характеристик синтезированных математических моделей (4)-(6), для чего рассчитаем значения общей дисперсии ($\overline{S_y^2}$), остаточную дисперсию ($\overline{S_{ост}^2}$) и значение F-критерия Фишера (F) для полученных регрессионных моделей (4)-(6) по формулам:

$$\overline{S_y^2} = \frac{\sum_{i=1}^k U_{ДХi}^2 - \frac{1}{k} \left(\sum_{i=1}^k U_{ДХi} \right)^2}{k-1} \quad (7)$$

$$\overline{S_{ост}^2} = \frac{\sum_{i=1}^k (U_{ДХi} - y_i)^2}{k-2} \quad (8)$$

$$F_{(Mj)} = \frac{S_y^2}{S_{ост}^2} \quad (9)$$

Для математических моделей (4)-(6) приведем значения F-критерия Фишера F_{eM1} , F_{eM2} и F_{eM3} соответственно:

$$F_{eM1} = 44,7; \quad F_{eM2} = 19,6; \quad F_{eM3} = 51,1.$$

F-критерий Фишера $F_{(Mj)}$ служит качественным показателем предсказания для полученных функций (8)-(10) и показывает, насколько уравнение регрессии лучше

предсказывает результаты экспериментов по сравнению со средним значением

$$\overline{U_{дх}} = \left(\sum_{i=1}^k U_{дхi} \right) / k.$$

На основании сравнения значений F-критерия Фишера можно сделать вывод, что полученный для линейно-экспоненциальной регрессионной модели результат лучше соответствующей линейной модели [1] примерно в 2 раза. В качестве альтернативы проведем парный нелинейный регрессионный анализ для магнитных систем ПМ₁-ПМ₃ на основе полиномиальной регрессионной модели.

Синтез и анализ полиномиальной регрессионной модели

Рассмотрим нелинейную полиномиальную регрессию, представленную многочленом n -й степени:

$$y(\Delta l) = \theta_0 + \theta_1 \Delta l + \theta_2 \Delta l^2 + \dots + \theta_n \Delta l^n. \quad (10)$$

Получим коэффициенты $\theta_0 \dots \theta_n$ для регрессии (10), решая следующую систему уравнений [6]:

$$\begin{cases} \theta_0 \sum_{i=1}^k \Delta l_i^0 + \theta_1 \sum_{i=1}^k \Delta l_i^1 + \dots + \theta_n \sum_{i=1}^k \Delta l_i^n = \sum_{i=1}^k (\Delta l_i^0 y_i) \\ \theta_0 \sum_{i=1}^k \Delta l_i^1 + \theta_1 \sum_{i=1}^k \Delta l_i^2 + \dots + \theta_n \sum_{i=1}^k \Delta l_i^{n+1} = \sum_{i=1}^k (\Delta l_i^1 y_i) \\ \dots \\ \theta_0 \sum_{i=1}^k \Delta l_i^n + \theta_1 \sum_{i=1}^k \Delta l_i^{n+1} + \dots + \theta_n \sum_{i=1}^k \Delta l_i^{2n} = \sum_{i=1}^k (\Delta l_i^n y_i) \end{cases}, \quad (11)$$

где n – порядок степени исследуемого сглаживающего полинома.

Определив в соответствии с (11) коэффициенты $\theta_0 \dots \theta_n$ для различных значений n , рассчитываем значения общей дисперсии $\overline{S_y^2}$, остаточную дисперсию $\overline{S_{ост}^2}$ и значение F-критерия Фишера в соответствии с формулами (7)-(9). Результаты проведенного анализа полученных полиномов n -й степени при $n=2 \dots 6$ для магнитных систем ПМ₁ – ПМ₃ приведены в таблице 1.

Таблица 1 – Результаты анализа статистических характеристик

n	$\overline{S_{y(M1)}^2}$	$\overline{S_{ост(M1)}^2}$	$F_{(M1)}$	$\overline{S_{y(M2)}^2}$	$\overline{S_{ост(M2)}^2}$	$F_{(M2)}$	$\overline{S_{y(M3)}^2}$	$\overline{S_{ост(M3)}^2}$	$F_{(M3)}$
2	0,043651	$7,46 \cdot 10^{-5}$	585	0,042685	$16,48 \cdot 10^{-5}$	259	0,17801	$10,1 \cdot 10^{-5}$	1761
3	0,043651	$6,41 \cdot 10^{-5}$	680	0,042685	$5,12 \cdot 10^{-5}$	834	0,17801	$8,74 \cdot 10^{-5}$	2036
4	0,043651	$5,13 \cdot 10^{-5}$	851	0,042685	$3,25 \cdot 10^{-5}$	1312	0,17801	$5,15 \cdot 10^{-5}$	3459
5	0,043651	$8,73 \cdot 10^{-5}$	500	0,042685	$9,70 \cdot 10^{-5}$	440	0,17801	$12,57 \cdot 10^{-5}$	1415
6	0,043651	$10,57 \cdot 10^{-5}$	413	0,042685	$12,5 \cdot 10^{-5}$	340	0,17801	$13,16 \cdot 10^{-5}$	1354

Проведенный анализ показывает, что при синтезе полиномиальных моделей с использованием многочленов пятой степени и выше остаточная дисперсия $\overline{S_{ост}^2}$ начинает увеличиваться. Это приводит к уменьшению значения F-критерия Фишера и служит условием прекращения повышения порядка регрессии. На рис. 3 представлены графики изменения величины значения F-критерия Фишера в за-

висимости от степени полинома регрессионной математической модели для магнитных систем ПМ₁ – ПМ₃.

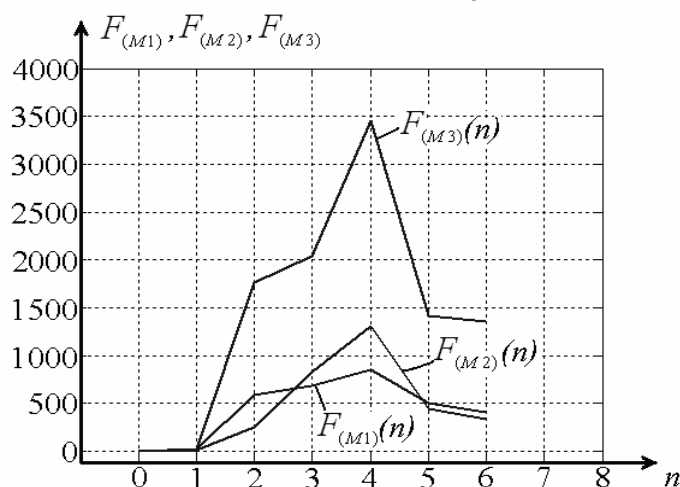


Рисунок 3 – Изменение значения F-критерия Фишера в зависимости от степени полинома n

По результатам расчетов и проведенного анализа получены следующие оптимальные выражения полиномиальной регрессии:

а) для магнитной системы ПМ₁:

$$y_{M1}(\Delta l) = 2,7569 - 0,042\Delta l + 2,37 \cdot 10^{-3} \cdot \Delta l^2 + 3,35 \cdot 10^{-5} \cdot \Delta l^3 + 8,93 \cdot 10^{-6} \cdot \Delta l^4 \quad (12)$$

б) для магнитной системы ПМ₂:

$$y_{M2}(\Delta l) = 2,8713 - 0,0346\Delta l + 1,86 \cdot 10^{-3} \cdot \Delta l^2 - 1,1 \cdot 10^{-4} \cdot \Delta l^3 + 1,08 \cdot 10^{-5} \cdot \Delta l^4 \quad (13)$$

в) для магнитной системы ПМ₃:

$$y_{M3}(\Delta l) = 3,622 - 0,08\Delta l + 4,3 \cdot 10^{-3} \cdot \Delta l^2 - 3,83 \cdot 10^{-3} \cdot \Delta l^3 - 1,49 \cdot 10^{-5} \cdot \Delta l^4 \quad (14)$$

Для сравнения с результатами экспериментальных исследований на рис. 4 приведены полученные линии регрессии на основе математических моделей (12)-(14). На основании сравнения значений F-критерия Фишера полученный для полиномиальной регрессионной модели результат лучше соответствующей линейной модели [1]: а) для магнитной системы ПМ₁ - в 35 раз; б) для магнитной системы ПМ₂ - в 109 раз; в) для магнитной системы ПМ₁ - в 118 раз.

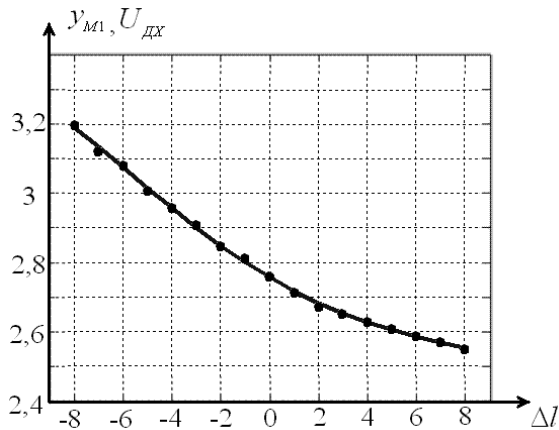
Выводы

Сравнительный анализ синтезированных нелинейных регрессионных моделей для физической модели ДП с магнитной системой ПМ₁ показывает, что нелинейные полиномиальные регрессионные математические модели (12)-(14) показывают результаты на два порядка лучше, чем линейно-экспоненциальные математические модели (4)-(6). Использование полученных математических моделей (12)-(14) позволяет определять минимальное значение пробных движений роботов при регистрации сигналов проскальзывания для обеспечения надежного функционирования адаптивных робототехнических систем [2], что может быть направлением для дальнейших исследований проблемы.

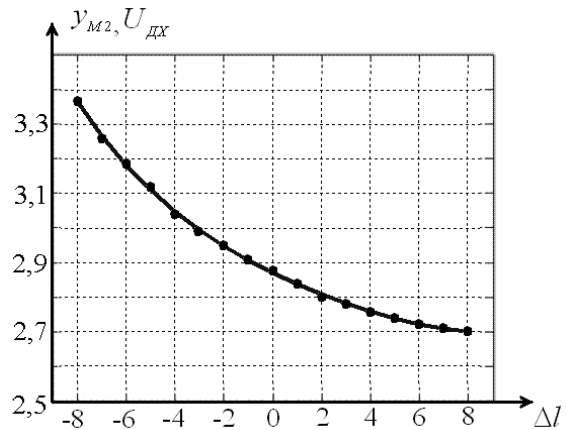
Литература

1. Кондратенко Ю.П., Шишкін О.С. Линеаризованная математическая модель магнитного датчика проскальзывания // Приладобудування 2006: стан і перспективи: Тези доповідей п'ятої науково-технічної конференції. – Київ. – 2006. – С. 142-143.
2. Козырев Ю.Г. Промышленные роботы: Справочник. – М.: Машиностроение, 1983. – 376с.
3. Мельников П.Ю., Шишкін О.С. Сучасні тенденції в проектуванні датчиків прослизання // Інформаційно-керуючі системи і комплекси: Матеріали Міжн. наук.-тех. конференції студентів, аспірантів, молодих вчених. – Миколаїв: НУК, 2005. – с. 38-43.

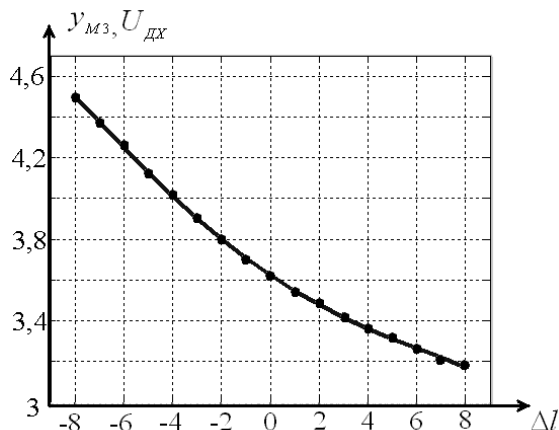
4. Кондратенко Ю.П., Шишкін О.С., Кондратенко В.Ю. Пристрій для реєстрації сигналу проковзування. – Заява на патент України № а 2005 03650 від 18 квітня 2005 року.
5. Кондратенко Ю.П., Шишкін А.С. Экспериментальные исследования магнитного датчика проскальзывания для адаптивных робототехнических систем // Труды Одесского политехнического университета, Спецвыпуск, Одесса, 2005. – с. 47-51.
6. Львовский Е.Н. Статистические методы построения эмпирических формул: Учеб. Пособие для вузов. – М.: Высш. шк., 1988. – 239с.
7. Корольук В.С., Портенко Н.И., Скороход А.В., Турбин А.Ф. Справочник по теории вероятности и математической статистики. – М.: Наука, 1985. – 640с.



а)



б)



в)

а) магнитной системы ПМ₁; б) магнитной системы ПМ₂; в) магнитной системы ПМ₃

Рисунок 4 – Экспериментальная зависимость $U_{дх}(\Delta l)$ и полиномиальная регрессионная модель

Кондратенко Ю.П., Шишкін О.С. **Нелінійні регресійні математичні моделі магнітних систем для реєстрації сигналів.**

Стаття присвячена синтезу нелінійних математичних моделей на основі даних експериментальних досліджень магнітних систем датчиків проковзування. Наведено результати статистичного аналізу синтезованих регресійних моделей для трьох різних магнітних систем. Обговорюються результати порівняльного аналізу отриманих нелінійних регресійних математичних моделей.

Kondratenko Y.P., Shyshkin O.S. **The non-linear mathematics models of the magnetic systems for the slip displacement registration.**

The paper is dedicated to developing the non-linear regression mathematical models for the magnetic systems of the slip displacement sensors for the adaptive robotic systems, which work in the conditions of the non-stationary mass parameters of the object of manipulation. The results of the statistical analysis synthesized regression models for three different magnetic systems are described.

Надійшла до редакції

21 червня 2006 року