

**ПРОСТОРОВА СМУГА ПРОПУСКАННЯ ОПТИЧНОГО СПЕКТРОАНАЛІЗАТОРА****В. Г. Колобродов, Г. С. Тимчик, М. С. Колобродов**

Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут»

просп. Перемоги, 37, 03056, м. Київ, Україна. E-mail: deanpb@kpi.ua

Розроблено фізико-математичну модель когерентного оптичного спектроаналізатора для розрахунку його просторової смуги пропускання, яка визначає просторову спектральну роздільну здатність спектроаналізатора. В основу моделі для визначення просторової смуги пропускання покладено максимальний кут відхилення променів дифракційною ґраткою, яка розташована в передній фокальній площині об'єктива. На основі математичної моделі перетворення когерентного оптичного випромінювання Фур'є-об'єктивом отримано рівняння для розрахунку просторової смуги пропускання як для параксильної області, так і для довільної області спектрального аналізу за умови відсутності він'єтування в оптичній системі когерентного оптичного спектроаналізатора. Отримані також рівняння для розрахунку просторової смуги пропускання об'єктива та ПЗЗ-матриці, які застосовуються в когерентному оптичному спектроаналізаторі. Розглянуто приклад розрахунку просторової смуги пропускання заданого спектроаналізатора. Встановлено, що формат і розмір пікселя ПЗЗ-матриці обмежують величину смуги пропускання когерентного оптичного спектроаналізатора, яка визначалася за допомогою частоти Найквіста.

**Ключові слова:** оптичний спектроаналізатор, просторова смуга пропускання.**ПРОСТРАНСТВЕННАЯ ПОЛОСА ПРОПУСКАНИЯ ОПТИЧЕСКОГО СПЕКТРОАНАЛИЗАТОРА****В. Г. Колобродов, Г. С. Тымчик, Н. С. Колобродов**

Национальный технический университет Украины «Киевский политехнический институт»

просп. Победы, 37, г. Киев, 03056, Украина. E-mail: deanpb@kpi.ua

Разработана физико-математическая модель когерентного оптического спектроанализатора для расчета его пространственной полосы пропускания, которая определяет пространственную разрешающую способность спектроанализатора. В основу модели для определения пространственной полосы пропускания положен максимальный угол отклонения лучей дифракционной решеткой, расположенной в передней фокальной плоскости объектива. На основе математической модели преобразования когерентного оптического излучения Фурье-объективом получено уравнение для расчета пространственной полосы пропускания как для параксильной области, так и для произвольной области спектрального анализа при условии отсутствия виньетирования в оптической системе когерентного оптического спектроанализатора. Получены также уравнения для расчета пространственной полосы пропускания объектива и ПЗС-матрицы, которые применяются в когерентном оптическом спектроанализаторе. Наименьшая из этих пространственных полос пропускания определяет эффективность когерентного оптического спектроанализатора. Рассмотрен пример расчета пространственной полосы пропускания заданного спектроанализатора. Установлено, что формат и размер пикселя ПЗС-матрицы ограничивают полосу пропускания когерентного оптического спектроанализатора, которая определялась с помощью частоты Найквиста.

**Ключевые слова:** оптический спектроанализатор, пространственная полоса пропускания.

**АКТУАЛЬНІСТЬ РОБОТИ.** В останні роки спостерігається бурхливий розвиток когерентної Фур'є-оптики й широке використання її досягнень для розв'язання практичних задач. Розвиток когерентної Фур'є-оптики привів до створення унікальних за своїми можливостями і продуктивністю когерентних оптичних систем обробки інформації, що відображено в монографії [1]. У наукових працях [2, 3] показано, що основною функціональною одиницею багатьох таких систем є когерентний оптичний спектроаналізатор (КОС), на основі якого розроблено ряд високоточних лазерних дифракційних приладів для вимірювання товщини дроту, діаметра тонких валів і світловодів, параметрів мікрodefektів поверхонь матеріалів і прозорих плівок і т.п.

Когерентні оптичні спектроаналізатори знайшли широке використання для дослідження та обробки як оптичних, так і електричних сигналів [1, 2]. Ефективність застосування таких спектроаналізаторів визначається його основними характеристиками, а саме: робочим діапазоном просторових частот; просторовою смугою пропускання; просторовою спектральною роздільною здатністю; енергетичною роздільною зда-

тністю; похибками вимірювання амплітуди спектра і просторової частоти. Дослідженню методів визначення цих характеристик присвячено значну частину наукових праць [3–5]. В той же час майже відсутні праці по дослідженню і розробці методів для розрахунку і оптимізації просторової смуги пропускання. Метою роботи є дослідження просторової смуги пропускання оптичного спектроаналізатора для підвищення ефективності його застосування.

**МАТЕРІАЛ І РЕЗУЛЬТАТИ ДОСЛІДЖЕНЬ.**

Узагальнена схема оптичного спектроаналізатора складається з когерентного джерела випромінювання (лазера), розширювача лазерного пучка, вхідного транспаранта, Фур'є-об'єктива і аналізатора світлового поля (рис. 1). Вхідний транспарант являє собою оптичний елемент, амплітудний коефіцієнт пропускання якого визначається двовимірним сигналом, призначеним для вимірювання його спектра. В якості вхідного транспаранта використовують просторово-часові модулятори світла. В сучасних КОС для аналізу спектра сигналу застосовують ПЗЗ-матриці високого просторового розділення.

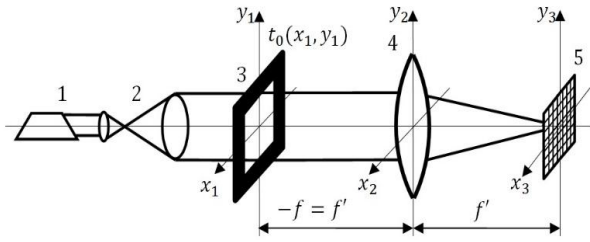


Рисунок 1 – Оптична схема когерентного спектроаналізатора, коли транспарант розташований в передній фокальній площині об’єктива: 1 – лазер; 2 – оптична система, що формує паралельний пучок променів; 3 – вхідний транспарант; 4 – Фур’є-об’єктив; 5 – ПЗЗ-матриця

Якщо транспарант розташований в передній фокальній площині Фур’є-об’єктива і освітлюється плоскою хвилею з амплітудою  $V_p$  (рис. 1), то розподіл амплітуди поля в площині аналізу описується виразом [6, 7]

$$V(x_3, y_3) = \frac{V_p}{j\lambda f} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} t_o(x_1, y_1) \times \exp\left[-j \frac{2\pi}{\lambda f} (x_3 x_1 + y_3 y_1)\right] dx_1 dy_1, \quad (1)$$

де  $t_o(x_1, y_1)$  – функція амплітудного коефіцієнта пропускання транспаранта;  $f$  – фокусна відстань об’єктива.

Розглянемо просторовий спектр функції  $t_o(x_1, y_1)$ , що визначається двовимірним перетворенням Фур’є

$$F\{t_o(x_1, y_1)\} = T_o(v_x, v_y) = \frac{V_p}{j\lambda f} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} t_o(x_1, y_1) \times \exp[-j2\pi(v_x x_1 + v_y y_1)] dx_1 dy_1, \quad (2)$$

де  $v_x, v_y$  – просторові частоти.

Із порівняння інтегралів (1) і (2) випливає такий важливий висновок, що комплексна амплітуда світлового поля у задній фокальній площині Фур’є-об’єктива з точністю до постійного множника  $V_p / j\lambda f$  являє собою просторовий спектр від амплітудного коефіцієнта пропускання  $t_o(x_1, y_1)$  транспаранта з просторовими частотами:

$$v_x = \frac{x_3}{\lambda f}; v_y = \frac{y_3}{\lambda f}. \quad (3)$$

Просторова смуга пропускання (ПСП)  $SBP$  (Space Bandwidth Product) визначається числом роздільних точок, що здатний формувати спектроаналізатор [8–10]. Ця смуга є аналогом робочого спектрального діапазону і границі просторового розділення. ПСП являється основним критерієм, який визначає продуктивність (ефективність) спектроаналізатора та його вартість.

Найбільша просторова частота  $v_{x,max} = v_{res}$ , яку розділяє КОС, визначається найбільшим кутом дифракції в першому порядку  $\varphi_{d1} = \theta_{max}$  ґратки, яка розташована в площині вхідного транспаранта (рис. 2). При нормальному падінні плоскої хвилі на

дифракційну ґратку, яка розташована в передній фокальній площині Фур’є-об’єктива, із основного рівняння ґратки для першого порядку дифракції маємо  $d \sin \varphi_{d1} = \lambda$ , де  $d = 1/v_{res}$  – період дифракційної ґратки. Звідки

$$v_{res} = \frac{1}{d} = \frac{1}{\lambda} \sin \theta_{max}. \quad (4)$$

Тоді просторова смуга пропускання спектроаналізатори дорівнює:

$$SBP_s = \frac{a}{d} = a v_{res} = \frac{a}{\lambda} \sin \varphi_{d1}, \quad (5)$$

де  $a$  – розмір вхідного транспаранта.

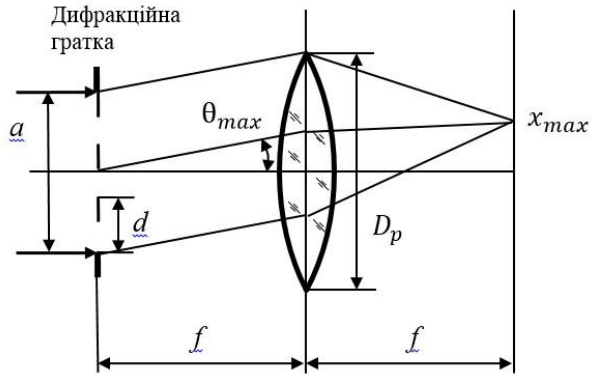


Рисунок 2 – Схема для визначення максимального кута дифракції

В статті [9] пропонується використовувати величину ПСП для характеристики як довільної оптичної системи, так і оптичного сигналу. ПСП можна розглядати як число в області координат  $xu$ , так і в області просторових частот  $v_x v_y$ , а також у вигляді питомої площини Вігнера  $\lambda v_x$  (для одновимірного випадку), або  $a v_{res}$ , що співпадає з формулою (5).

Для визначення числової ПСП скористаємося відомою теоремою дискретизації сигналу, який має обмежені розміри  $\Delta x$  і просторову смугу  $\Delta v_x$ . Сигнал можна повністю поновити, якщо відомі його значення в точках дискретизації, що розташовані на відстані  $\delta x = 1/\Delta v_x$ . Загальна кількість точок дискретизації сигналу визначає числову ПСП, яка дорівнює

$$N_s = SPB_s = \frac{\Delta x}{\delta x} = \Delta x \Delta v_x. \quad (6)$$

Формула (6) співпадає з (5), якщо  $\Delta x = a$ ,  $\Delta v_x = v_{res}$ .

Визначимо максимальний кут дифракції, при якому відсутнє він’єтування в оптичній системі КОС, тобто усі промені в першому порядку дифракції потрапляють до вхідної зіниці об’єктива. Із рис. 2 знаходимо

$$\text{tg} \theta_{max} = \frac{D_p - a}{2f}, \quad (7)$$

де  $D_p$  – діаметр вхідної зіниці Фур’є-об’єктива.

Із системи рівнянь (5) і (7) маємо

$$SBP_s = \frac{a}{\lambda} \sin \left( \arctg \frac{D_p - a}{2f} \right). \quad (8)$$

Для малих кутів дифракції (для параксіальної області, коли  $\sin \theta \approx \text{tg} \theta$ ) рівняння (8) спрощується до вигляду

$$SBP_{par} = \frac{a}{\lambda} \left( \frac{D_p - a}{2f} \right). \quad (9)$$

Визначимо максимальні розміри області спектрального аналізу в задній фокальній площині об'єктива (рис. 2), використовуючи рівняння (3), (5) і (9)

$$x_{max} = v_{max} \lambda f = \frac{SBP_{par}}{a} \lambda f = \frac{1}{\lambda} \left( \frac{D_p - a}{2f} \right) \lambda f = \frac{1}{2} (D_p - a). \quad (10)$$

Отримана формула (10) дозволяє розрахувати розміри ПЗЗ-матриці, яка використовується для реєстрації спектру сигналу.

Розглянемо шляхи збільшення просторової смуги пропускання КОС. Для параксіальної області смуга пропускання визначається рівнянням (9), яке представимо у вигляді

$$SBP_{par} = \frac{a}{2\lambda} \left( \frac{1}{F_o} - \frac{1}{F_s} \right), \quad (11)$$

де  $F_o = f/D_p$  і  $F_s = f/a$  – діафрагмові числа Фур'є-об'єктива і оптичної системи КОС.

Із формул (8) і (9) випливає, що збільшити ширину смуги пропускання  $SBP$  можна за рахунок збільшення розміру вхідного транспаранта  $a$ . Однак збільшення розміру транспаранта, тобто зменшення діафрагмового числа системи  $F_s = f/a$ , призводить до зменшення кута дифракції  $\theta_{max}$ , тобто до зменшення просторового розділення  $v_{res}$  згідно формули (4). Таким чином, можна знайти розмір вхідного транспаранта, який забезпечує максимальну смугу пропускання  $SBP$ . На рис. 3 наведено графік залежності смуги пропускання  $SBP_{par}$  від розміру  $a$  транспаранта для випадку, коли в оптичній системі КОС використовується Фур'є-об'єктив з фокусною відстанню  $f = 50$  мм і діаметром апертурної діафрагми  $D_p = 50$  мм.

Максимальне значення функції  $SBP_{par}(a)$  знаходимо із рівняння  $d[SBP_{par}(a)]/da = 0$ . Звідси маємо  $D_p = 2a$ . Таким чином, максимум просторової смуги пропускання настає тоді, коли розмір вхідного транспаранта дорівнює половині діаметра вхідної зіниці Фур'є-об'єктива. За цих умов максимальна смуга пропускання з урахуванням (9) дорівнює

$$SBP_{max} = \frac{D_p}{2\lambda} \left( \frac{D_p}{4f} \right) = \frac{D_p}{8\lambda F_o} = \frac{f}{8\lambda F_o^2}. \quad (12)$$

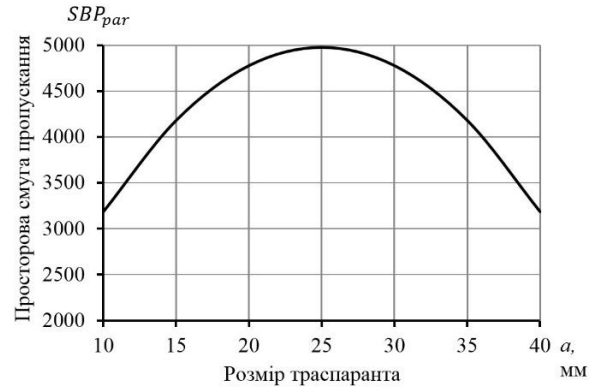


Рисунок 3 – Залежність просторової смуги пропускання КОС від розміру вхідного транспаранта

Аналіз отриманої формули (12) показує, що просторову смугу пропускання при незмінному діафрагмовому числі Фур'є-об'єктива можна збільшити за рахунок:

- збільшення діаметра вхідної зіниці  $D_p$  Фур'є-об'єктива;
- збільшення фокусної відстані  $f$  Фур'є-об'єктива;
- використання лазера з меншою довжиною хвилі.

При оптимізації параметрів компонентів КОС необхідно також враховувати реальні розміри вхідного транспаранта і ПЗЗ-матриці, які обмежені співвідношенням (10).

Крім того, невиправна (залишкова) сферична аберация Фур'є-об'єктива визначає максимально допустимий діаметр апертурної діафрагми дифракційно-лінзової системи. За критерієм Марешаля максимально допустиме відхилення хвильового фронту від ідеального для «найкращого» положення фокальної площини забезпечує найбільш допустиме значення сферичної аберации  $0,95\lambda$ . В монографії [2] наведено допустиме за критерієм Марешаля значення діаметра апертурної діафрагми Фур'є-об'єктива

$$D_p = 2a \leq 2\sqrt{7,6 f^3 \lambda}. \quad (13)$$

Сучасні об'єктиви, які використовують в КОС, мають змінну фокусну відстань (панкратичні об'єктиви). Від величини фокусної відстані залежить згідно (3) масштаб вимірюваного спектра сигналу в площині аналізу  $x_3, y_3$ , який визначимо як

$$\mu = \frac{x_3}{v_x} = \lambda f. \quad (14)$$

Тому використання Фур'є-об'єктива з великою фокусною відстанню призводить до зміни геометричного розміру спектра, а також до зменшення спектральної області вимірювання.

В зв'язку з цим важливо встановити залежність ПСП від величини фокусної відстані Фур'є-об'єктива при оптимальному узгодженні розміру  $a$  вхідного транспаранта і діаметра  $D_p$  вхідної зіниці об'єктива, тобто коли  $D_p = 2a$ .

Із формули (8) знаходимо функцію, яка описує залежність ПСП  $SBP(f)$  від фокусної відстані  $f$  об'єктива:

$$SBP_s(f) = \frac{D_p}{2\lambda} \sin\left(\arctg \frac{D_p}{4f}\right). \quad (15)$$

На рис. 4 наведено графік функції (15) для випадку, коли в оптичній системі КОС використовується Фур'є-об'єктив з діаметром апертурної діафрагми  $D_p = 50$  мм і вхідний транспарант розміром  $a = 50$  мм.

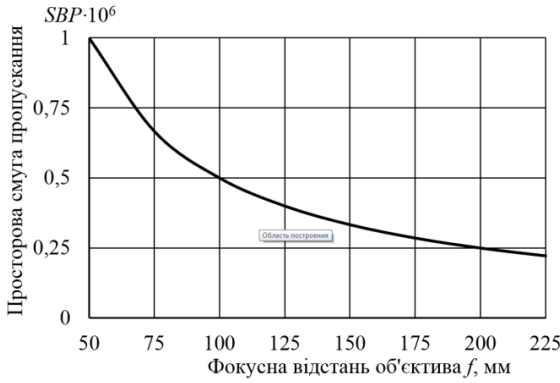


Рисунок 4 – Залежність просторової смуги пропускання КОС від фокусної відстані Фур'є-об'єктива

Аналіз отриманої функції (15) свідчить про те, що зменшення фокусної відстані об'єктива призводить до збільшення величини ПСП. В той же час це призводить до зменшення масштабу спектра (14), що погіршує просторове спектральне розділення при застосуванні ПЗЗ-матриці.

Виходячи з наведеного виникає задача дослідження впливу формату і розміру пікселя матриці на ПСП і просторову роздільну здатність КОС. Для цього розглянемо площину спектрального аналізу  $x_3y_3$ , де розташована ПЗЗ-матриця.

В більшості практичних випадків для реєстрації спектра сигналу використовують ПЗЗ-матриці, які мають, як правило, розмір  $X_D \times Y_D = 36 \times 24$  мм. Для ефективного використання матриці необхідно, щоб площа спектрального аналізу в площині  $x_3y_3$  круглої форми радіусом  $r_a = x_{max}$ , який визначається співвідношенням (10), була розташована в межах чутливої поверхні матриці, як показано на рис. 5, тобто  $Y_D = 2r_a$ .

Із формули (10) знаходимо, що найменший розмір матриці повинен задовольняти умові

$$Y_D \geq D_p = a = 2r_a. \quad (16)$$

При проектуванні оптичної системи спектроаналізатора на першому етапі обирають потрібну ПЗЗ-матрицю, яка має розміри  $X_D \times Y_D$  і кількість пікселів  $N_p$ . Використовуючи ці данні, знаходять розмір  $V_D \times W_D$  одного квадратного пікселя.



Рисунок 5 – Площина спектрального аналізу когерентного спектроаналізатора

За допомогою ПЗЗ-матриці можна знайти координату пікселя  $x_{3,m}$  для гармоніки з просторовою  $v_x$  і координату  $x_{3,m+2}$  для гармоніки з частотою  $v_x + \Delta v_x$ , які реєструються роздільно. Іншими словами, між пікселями  $m$  і  $m+2$  повинен знаходитися піксель  $m+1$ , де відсутній сигнал (рис. 5). Це означає, що відстань між пікселями  $m$  і  $m+2$  повинна дорівнювати  $2V_D$ . Тоді кількість точок в спектрі сигналу, які реєструються роздільно, дорівнює

$$N_x = \frac{X_D}{2V_D} = v_N X_D, \quad (17)$$

де  $v_N = 1/2V_D$  – частота Найквіста ПЗЗ-матриці.

Очевидно, розмір пікселя буде визначати просторове спектральне розділення  $\Delta v_x$  КОС, яке визначимо із формули (3) наступним чином

$$\Delta v_x = v_{x,m+2} - v_{x,m} = \frac{x_m + 2V_D}{\lambda f} - \frac{x_m}{\lambda f} = \frac{2V_D}{\lambda f} = \frac{1}{\lambda f v_N}. \quad (18)$$

Введемо поняття одновимірної просторової смуги пропускання  $SBP_D$  ПЗЗ-матриці, як кількість зображень точкових джерел випромінювання на поверхні матриці, які можна зареєструвати окремо, тобто

$$SBP_D = \frac{X_D}{2V_D} = X_D v_N. \quad (19)$$

Формула (19) співпадає з (5), якщо  $X_D = a$ ,  $v_N = v_{res}$ .

Аналогічно введемо поняття просторової смуги пропускання об'єктива  $SBP_O$ , як число зображень точкових джерел випромінювання в задній фокальній площині об'єктива, які спостерігаються роздільно (окремо). Проблема роздільної здатності об'єктивів досліджується довгий час. Існує багато критеріїв, які визначають якість зображення, що формує об'єктив. Найбільш поширеним є критерій Релея, згідно якого дві точки спостерігаються окремо, якщо максимум дифракційного зображення першої точки співпадає з першим мінімумом дифракційного зображення другої точки.

Якщо спрямувати паралельний пучок променів до вхідної зони об'єктива, то він буде фокусуватися в його задній фокальній площині (фокусі). При математичному моделюванні цього процесу розглядають три ситуації:

1. Об'єктів ідеальний і пучок фокусується в точці фокуса.

2. Об'єктів не має аберацій, але на його вхідній зіниці відбувається дифракція світла. Такий об'єктів називається дифракційно обмеженим. В цьому випадку в задній фокальній площині формується дифракційна картина Ейрі, нормований розподіл інтенсивності якої описується функцією [2]

$$I_n(x_3, y_3) = \left[ 2 \frac{J_1 \left( \pi \frac{D_p}{\lambda f} r_3 \right)}{\pi \frac{D_p}{\lambda f} r_3} \right]^2, \quad (20)$$

де  $J_1$  – функція Бесселя першого порядку;

$r_3$  – радіус полярної системи координат,  $r_3 = \sqrt{x_3^2 + y_3^2}$ .

3. Об'єктів має аберації, які призводять до формування ФРТ, яка має більший розмір порівняно з кружком Ейрі.

Згідно критерію Релея зображення двох точок спостерігається роздільно, якщо відстань між ними дорівнює або перевищує радіус кружка Ейрі. Дослідження функції (20) дозволяє отримати формулу для розрахунку радіуса кружка Ейрі

$$r_E = 1,22 \frac{\lambda f}{D_p}. \quad (21)$$

Тоді ПСП об'єктива буде визначатися як

$$SPB_O = \frac{X_O}{r_E} = \frac{X_O D_p}{1,22 \lambda f}, \quad (22)$$

де  $X_O$  – лінійне поле зору об'єктива.

Згідно формули (10) при оптимальному узгодженні розміру транспаранта  $a$  і діаметра вхідної зіниці об'єктива  $D_p$   $X_O = 2x_{\max} = 0,5D_p$ . Тоді

$$SPB_O = \frac{X_O D_p^2}{2,44 \lambda f}. \quad (23)$$

Таким чином, в результаті математичного моделювання КОС отримано формули (5), (19) і (23) для розрахунку просторової смуги пропускання оптичної системи спектроаналізатора  $SPB_s$ , ПЗЗ-матриці  $SPB_D$  і об'єктива  $SPB_O$  відповідно. Менша із цих смуг і буде визначати ефективність роботи КОС.

Приклад розрахунку просторової смуги пропускання КОС. Розглянемо КОС, складові якого мають такі параметри:

1. Розмір вхідного транспаранта  $a = 25$  мм.
2. Фокусна відстань і діаметр вхідної зіниці Фур'є-об'єктива  $f = 100$  мм і  $D_p = 50$  мм відповідно.
3. Довжина хвилі лазера  $\lambda = 0,628$  мкм.
4. ПЗЗ-матриця має кількість пікселів  $N_p = 24 \cdot 10^6$  і розмір чутливої поверхні  $X_D \times Y_D = 36 \times 24$  мм.

За формулою (8) знаходимо числове значення ПСП оптичної системи КОС

$$SBP_s = \frac{25}{0,628 \cdot 10^{-3}} \sin \left( \arctg \frac{50 - 25}{200} \right) = 4938.$$

Максимальне значення ППС для параксіального наближення знаходимо за формулою (12)

$$SBP_{\max} = \frac{50}{8 \cdot 0,628 \cdot 10^{-3} \cdot 2} = 4976.$$

Відмінність  $SBP_s$  і  $SBP_{\max}$  пояснюється тим, що формула (12) справедлива тільки для параксіальної області. Цим обумовлена відносна похибка визначення ПСП 0,77 %.

За формулою (10) визначимо максимальні розміри області спектрального аналізу в задній фокальній площині об'єктива

$$x_{\max} = \frac{1}{2}(D_p - a) = 12,5 \text{ мм}.$$

Це означає, що мінімальний розмір ПЗЗ-матриці повинен бути більшим за 25 мм.

За формулою (19) розраховуємо ПСП ПЗЗ-матриці. Для цього необхідно знайти розмір квадратного пікселя цієї матриці, який визначимо із рівняння  $N_p = X_D Y_D / V_D^2$ . Звідки

$$V_D = \sqrt{\frac{X_D Y_D}{N_p}} = 6 \cdot 10^{-3} \text{ мм}.$$

$$\text{Тоді } SBP_D = 24 / 6 \cdot 10^{-3} = 4000.$$

За формулою (22) розраховуємо ПСП дифракційно обмеженого об'єктива

$$SPB_O = \frac{25 \cdot 50}{1,22 \cdot 0,628 \cdot 10^{-3} \cdot 100} = 16,3 \cdot 10^3.$$

Таким чином, порівнюючи отримані числові значення ПСП оптичної системи, ПЗЗ-матриці і об'єктива можна стверджувати, що просторова смуга пропускання матриці обмежує ефективність даного спектроаналізатора.

**ВИСНОВКИ.** В результаті дослідження просторової смуги пропускання оптичного спектроаналізатора отримані такі результати:

1. Встановлено, що збільшення просторової смуги пропускання  $SBP$  призводить до підвищення ефективності спектроаналізатора.
2. Отримано рівняння для розрахунку параметра  $SBP$  як для параксіальної області, так і для довільної області спектрального аналізу за умови відсутності вінетування в оптичній системі КОС. Ці рівняння дозволяють аналізувати і оптимізувати параметри КОС з метою підвищення ефективності його застосування.
3. Встановлено, що максимальне значення смуги пропускання  $SPB$  настає тоді, коли розмір вхідного транспаранта дорівнює радіусу вхідної зіниці Фур'є-об'єктива.
4. Просторову смугу пропускання можна збільшити при незмінному діафрагмовому числі Фур'є-об'єктива за рахунок: збільшення діаметра вхідної зіниці або фокусної Фур'є-об'єктива; використання лазера з меншою довжиною хвилі.
5. Отримано рівняння для розрахунку ПСП ПЗЗ-матриці і дифракційно обмеженого Фур'є-об'єктива, які дозволяють аналізувати і оптимізувати параметри компонентів КОС.
6. На прикладі заданого спектроаналізатора представлена методика, що дозволяє встановити, який із компонентів КОС обмежує його смугу пропускання.

7. Подальші дослідження слід спрямувати на розробку моделі КОС, яка одночасно враховує усі компоненти спектроаналізатора.

## ЛІТЕРАТУРА

1. Применение методов фурье-оптики / Под ред. Г. Старка; Пер. с англ. под ред. И. Н. Компанца. – М.: Радио и связь, 1988. – 536 с.
2. Колобродов В.Г., Тимчик Г.С. Прикладна дифракційна оптика. – К.: НТУУ «КПІ», 2014. – 312 с.
3. Колобродов В.Г., Тимчик Г.С., Нгуєн К.А. Визначення узагальнених характеристик когерентних спектроаналізаторів // Наукові вісті НТУУ «КПІ». – 2012. – № 5. – С. 102–108.
4. Zhang Lei, Zhong Xing, Jin Guang. Design of high resolution Fourier transform lens // Proc. of SPIE. – 2007. – Vol. 6722. – PP. 672211-1–672211-6.
5. Kolobrodov V.G., Tymchik G.S., Nguen Q.A. The problems of designing coherent spectrum analyzers // Proc. of SPIE. – Vol. 9066. – 2013. – PP. 90660N-1–90660N-7.
6. Saleh Bahaa E. A., Malvin Carl Teich. Fundamentals of photonics. New York: Wiley, 1991. – 948 p.
7. Колобродов В.Г., Тимчик Г.С. Проектування дифракційних оптичних елементів і систем. – К.: НТУУ «КПІ», 2012. – 200 с.
8. Buralli D.A., Morris G.M. Design of a wide field diffractive landscape lens // Applied Optics. – 1989. – Vol. 28, No. 18. – PP. 3950–3959.
9. Lohman A.W., Dosch R.G., Mendovic D. Et al. Space-bandwidth product of optical signals and systems // J. Opt. Soc. Am. A. – 1996. – Vol. 13, No. 3. – PP. 470–473.
10. Колобродов В.Г., Тимчик Г.С., Нгуєн К.А. Граничні характеристики когерентного оптичного спектроаналізатора // Наукові вісті НТУУ «КПІ». – 2014. – № 5. – С. 119–123.

## SPACE BANDWIDTH PRODUCT OF OPTICAL SPECTRUM ANALYZER

V. Kolobrodov, G. Tymchik, M. Kolobrodov

National Technical University of Ukraine «Kyiv Polytechnic Institute»

prosp. Peremogy, 37, Kiev, 03056, Ukraine. Email: deanpb@kpi.ua

**Purpose.** To provide a physical and mathematical model of the coherent optical spectrum analyzer (COSA) for calculating its spatial bandwidth (SBP), which determines the spatial spectral resolution of the spectrum analyzer. **Methodology.** The model for determining the SBP is based on a maximum deflection angle of ray, which is produced by diffraction grating positioned in the front focal plane of the lens. **Results.** Based on the mathematical model conversion of coherent light Fourier lens there was obtained an equation for calculating the SBP for the paraxial area and for an arbitrary spectral analysis in the absence of vignetting in the optical system of COSA. Also there was obtained the equation for calculating the COSA lens and CCD SBP. The smallest of the SPBs determines the COSA effectiveness. **Originality.** Analysis of the formulas showed that the maximum value of SBP occurs when the size of the input transparency is equal to the radius of the entrance pupil of the Fourier lens. Enlarging SBP at constant relative aperture of the lens can be achieved by increasing the diameter of the entrance pupil, or the focal length of the Fourier lens, as well as the use of lasers with shorter wavelengths. **Practical value.** An example of COSA SBP calculation was fulfilled. We established that the CCD's size and the pixel size limit the COSA bandpass, which is determined by the Nyquist frequency. References 10, figures 5.

**Key words:** optical spectrum analyzer, space bandwidth product.

## REFERENCES

1. Stark, H. (1988) *Primenenie metodov fure-optiki* [Applications of Optical Fourier Transforms], Translated by Kompenets I. N., Radio i svyaz, Moscow, Russia.
2. Kolobrodov, V.G., Tymchik, G.S. (2014), *Prikladna difraktsiyna optika* [Applied Diffractive Optics], NTUU «KPI», Kiev, Ukraine.
3. Kolobrodov, V.G., Tymchik, G.S., Nguen, Q.A. (2012) "Definition of generalized characteristics of coherent spectrum analyzers", *Research bulletin of NTUU «KPI»*, no. 5, pp. 102–108.
4. Zhang Lei, Zhong Xing, Jin Guang, (2007), "Design of high resolution Fourier transform lens", *Proc. of SPIE*, Vol. 6722, pp. 672211-1 – 672211-6.
5. Kolobrodov, V.G., Tymchik, G.S., Nguen, Q.A. (2013), "The problems of designing coherent spectrum analyzers", *Proc. of SPIE*, vol. 9066, pp. 90660N-1–90660N-7.
6. Saleh Bahaa, E. A., Malvin, C. T. (1991), *Fundamentals of photonics*, Wiley, New York, USA.
7. Kolobrodov, V.G., Tymchik, G.S. (2012), *Proyektuvannya difraktsiynikh optichnikh elementiv i sistem* [Design of Diffractive Optics Elements and System], NTUU «KPI», Kiev, Ukraine.
8. Buralli, D.A., Morris, G.M. (1989), "Design of a wide field diffractive landscape lens", *Applied Optics*, vol. 28, no.18, pp. 3950–3959.
9. Lohman, A.W., Dosch, R.G., Mendovic, D. et al. (1996), "Space-bandwidth product of optical signals and system", *J. Opt. Soc. Am. A*, vol. 13, no. 3, pp. 470–473.
10. Kolobrodov, V.G., Tymchik, G.S., Nguen, Q.A. (2012), "Limiting characteristics of the optical spectrum analyzer", *Research bulletin of NTUU «KPI»*, no. 5, pp. 119–123.

Стаття надійшла 02.11.2015.