

УДК 531.383

О.І. Нестеренко, О.В. Ігнатович

КОМПЕНСАЦІЯ ПОХИБОК КУРСОВЕРТИКАЛІ ПРИ ХИТАВИЦІ ОБ'ЄКТА

The algorithm of accuracy increasing is developed for orientation system – strapdown Attitude and Heading Reference System (AHRS) at its installation on ships or other carrier objects with known distance from swaying center. The proposed algorithm allows to compensate AHRS errors caused by accelerations at object swaying, in autonomous mode where AHRS sensors (accelerometers and rate sensors) are used only. Accuracy of these errors compensation is evaluated. At this the proportional-integral variant of rate sensors correction from accelerometers is considered. Formulas for estimation of residual error of AHRS with proposed algorithm depending on AHRS sensors performance, parameters of AHRS correction circuit, swaying parameters, accuracy of AHRS position determination relative to the swaying center are derived. Experimental test results are shown that confirm essential decreasing of AHRS errors at swaying (in 4 times) when proposed algorithm is applied. Calculated estimates of AHRS errors coincide with the test results.

Вступ

В останнє десятиліття істотно зріс інтерес користувачів до систем визначення орієнтації рухомих об'єктів. З одного боку, до традиційного використання систем орієнтації в авіації та космонавтиці, судноплавстві (надводному і підводному), в об'єктах спеціальної техніки додалися такі сфери застосування, як малогабаритні безпілотні апарати авіаційного, морського і наземного застосування, робототехніка, системи віртуальної реальності тощо. З іншого боку, цьому сприяла поява на ринку мікромеханічних гіроскопів і акселерометрів, магнітних сенсорів, з використанням яких можна побудувати мініатюрні недорогі системи орієнтації з точністю, достатньою для багатьох нових застосувань.

У той же час і в традиційних сферах застосування систем орієнтації на великих об'єктах також звертають увагу на нові мініатюрні системи орієнтації з точки зору їх використання для виконання допоміжних завдань, наприклад для стабілізації антен, інших пристроїв. При цьому проблема недостатньої точності мініатюрної системи орієнтації вирішується компенсуванням її системами, побудованими на інших фізичних принципах, або розробленням алгоритмів підвищення точності з урахуванням специфіки застосування.

Через те що рівень точності існуючих мікромеханічних гіроскопів не дає змоги вимірювати кутову швидкість обертання Землі, практично немає можливості побудувати гіроскопічну систему орієнтації, яка була б інваріантною до горизонтальних прискорень об'єкта (так зване настроювання на період Шулера [1]). Тому за наявності лінійних прискорень у місці

встановлення курсовертикалі, наприклад при хитавиці об'єкта, вона матиме похибку у визначенні кутів орієнтації. Вплив хитавиці на поведінку курсовертикалей і більш простих систем – гіровертикалей, курсових приладів, достатньо повно досліджено в літературі [1, 2]. Запропоновано ряд методів зменшення впливу хитавиці на точність таких систем, однак повна компенсація їх похибок неможлива без залучення додаткової зовнішньої інформації про рух об'єкта [3].

У статті розглядається спосіб компенсації похибок курсовертикалі при хитавиці об'єкта за умови, якщо відоме положення курсовертикалі відносно центра хитавиці.

Постановка задачі

Метою роботи є розроблення алгоритму підвищення точності просторової системи орієнтації – курсовертикалі – при її встановленні на суднах або інших об'єктах на відомій відстані від центра хитавиці.

Математичні основи компенсації похибок курсовертикалі при хитавиці

Як опорну систему координат виберемо географічний супроводжувальний тригранник $O\xi\eta\zeta$ з центром O у центрі мас об'єкта і географічною орієнтацією вісей: ось $O\zeta$ напрямлена по географічній вертикалі вгору, вісі $O\xi$ і $O\eta$ лежать у площині горизонту, при цьому вісь $O\eta$ лежить у площині меридіана об'єкта (напрявлена на північ), ось $O\xi$ напрямлена на схід. З об'єктом пов'яжемо систему координат

Ox_z з центром O у центрі мас об'єкта, вісь Oy – поздовжня, вісь Ox – бічна (напрявлена вправо), вісь Oz – нормальна.

Абсолютне лінійне прискорення \mathbf{W}_0 центра мас об'єкта (точки O) в осях географічного супроводжувачого тригранника $O\xi\eta\zeta$ визначається як [1]

$$\mathbf{W}_0 = \frac{d\mathbf{V}}{dt} + (\boldsymbol{\omega}_r + \mathbf{U}) \times \mathbf{V} + \mathbf{U} \times (\mathbf{U} \times \mathbf{r}), \quad (1)$$

де \mathbf{V} – вектор лінійної швидкості руху об'єкта відносно Землі, заданий проекціями на вісі тригранника $O\xi\eta\zeta$; $\boldsymbol{\omega}_r$ – вектор абсолютної кутової швидкості обертання тригранника $O\xi\eta\zeta$; \mathbf{U} – кутова швидкість обертання Землі; \mathbf{r} – радіус-вектор, який задає положення центра мас об'єкта відносно центра Землі.

З базовими вісями курсовертикалі пов'яжемо систему координат $O_1x_1y_1z_1$ з центром O_1 у місці встановлення на об'єкті. Покладатимемо, що базові вісі курсовертикалі паралельні вісям об'єкта. Позначимо $\boldsymbol{\rho} = \mathbf{OO}_1$ радіус-вектор, який задає фіксоване положення курсовертикалі відносно центра мас об'єкта, $|\boldsymbol{\rho}| = \text{const}$.

Абсолютне лінійне прискорення \mathbf{W} точки O_1 об'єкта у пов'язаній з об'єктом системі координат можна записати у вигляді [2]

$$\mathbf{W} = \mathbf{W}_0 + \boldsymbol{\varepsilon} \times \boldsymbol{\rho} + \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{\rho}), \quad (2)$$

де \mathbf{W}_0 – абсолютне лінійне прискорення центра мас об'єкта (1); $\boldsymbol{\omega}$ – абсолютна кутова швидкість обертання об'єкта навколо його центра мас; $\boldsymbol{\varepsilon} = d\boldsymbol{\omega}/dt$ – абсолютне кутове прискорення.

Блок акселерометрів курсовертикалі вимірює вектор уявного прискорення $\boldsymbol{\alpha} = \mathbf{W} - \mathbf{g}_T$ у точці O_1 місця встановлення на об'єкті, де \mathbf{g}_T – вектор гравітаційного прискорення. З урахуванням виразів (1) і (2) маємо

$$\begin{aligned} \mathbf{a} = & \frac{d\mathbf{V}}{dt} + (\boldsymbol{\omega}_r + \mathbf{U}) \times \mathbf{V} + \\ & + \mathbf{U} \times (\mathbf{U} \times \mathbf{r}) + \boldsymbol{\varepsilon} \times \boldsymbol{\rho} + \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{\rho}) - \mathbf{g}_T, \end{aligned}$$

або

$$\mathbf{a} = \frac{d\mathbf{V}}{dt} + (\boldsymbol{\omega}_r + \mathbf{U}) \times \mathbf{V} + \boldsymbol{\varepsilon} \times \boldsymbol{\rho} + \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{\rho}) - \mathbf{g}, \quad (3)$$

де $\mathbf{g} = \mathbf{g}_T - \mathbf{U} \times (\mathbf{U} \times \mathbf{r})$ – вектор прискорення сили тяжіння.

Блок акселерометрів може використовуватись для вимірювання кутів нахилу об'єкта (тангажу, крену) відносно географічної вертикалі, напрямком якої задає вектор \mathbf{g} , лише за умови нерухомого відносно Землі об'єкта, тобто коли $\mathbf{a} = -\mathbf{g}$. Таким чином, решта доданків у виразі (3) призводять до похибки визначення акселерометрами кутів нахилу об'єкта через наявність складових прискорення $\Delta \mathbf{a}_{\text{пр}}$, відмінного від прискорення сили тяжіння:

$$\Delta \mathbf{a}_{\text{пр}} = \frac{d\mathbf{V}}{dt} + (\boldsymbol{\omega}_r + \mathbf{U}) \times \mathbf{V} + \boldsymbol{\varepsilon} \times \boldsymbol{\rho} + \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{\rho}),$$

або

$$\Delta \mathbf{a}_{\text{пр}} = \mathbf{W}_л + \boldsymbol{\varepsilon} \times \boldsymbol{\rho} + \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{\rho}), \quad (4)$$

де $\mathbf{W}_л = \frac{d\mathbf{V}}{dt} + (\boldsymbol{\omega}_r + \mathbf{U}) \times \mathbf{V}$ – лінійне прискорення центра мас об'єкта (точки O), а другий і третій доданки – відповідно обертальне прискорення точки O_1 об'єкта (місця встановлення курсовертикалі), зумовлене кутовим прискоренням $\boldsymbol{\varepsilon}$ об'єкта, та доцентрове прискорення точки O_1 при обертанні об'єкта з абсолютною кутовою швидкістю $\boldsymbol{\omega}$ навколо його центра мас.

Розглянемо можливості усунення похибок визначення акселерометрами кутів нахилу об'єкта через наявність прискорень (4) компенсацією впливу цих прискорень.

Повна компенсація впливу першої складової прискорення (4) – лінійного прискорення $\mathbf{W}_л$ центра мас об'єкта – можлива лише за використання додаткових вимірювальних систем. В автономному режимі роботи курсовертикалі можлива часткова компенсація впливу цього прискорення. По-перше, курсовертикаль є приладом, у якому основу роль у визначенні орієнтації відіграють гіроскопи, а акселерометри використовуються для слабкої корекції гіроскопів. У результаті курсовертикаль відносно сигналу акселерометрів є низькочастотним фільтром з великою сталою часу і ефективно послаблює вплив короткочасних прискорень та інтенсивних коливань об'єкта [1, 2]. По-друге, вплив лінійних прискорень може бути істотно ослаблений такими відомими способами, як обмеження вихідних сигналів акселерометрів, використання нелінійних законів корекції, автоматичне відключення корекції гіроскопів при детектуванні значимих прискорень [1].

Ослаблення впливу другої і третьої складових у виразі (4) – обертального і доцентрового прискорення – також можна досягнути вказаними вище способами. Однак ефективність такого послаблення знижується, якщо ці складові викликані довготривалою хитавицею об'єкта, і чим більшим є період хитавиці, тим меншою буде ефективність послаблення. З іншого боку, вплив обертального і доцентрового прискорення можна компенсувати в алгоритмі курсовертикалі, враховуючи, що всі множники у другому й третьому доданках у (4) можуть бути відомими:

- можна виміряти проекції ρ_x, ρ_y, ρ_z радіус-вектора ρ положення курсовертикалі відносно центра мас об'єкта на осі об'єкта;
- проекції $\omega_x, \omega_y, \omega_z$ абсолютної кутової швидкості ω обертання об'єкта на його вісі вимірюються блоком гіроскопів – датчиків кутової швидкості (ДКШ);
- проекції $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$ абсолютного кутового прискорення ε об'єкта на його осі можна отримати диференціюванням сигналів ДКШ.

Звичайно, компенсація обертального і доцентрового прискорення можлива лише до рівня, зумовленого точністю визначення проекцій векторів ρ, ω і ε . Якщо покласти, що ці проекції відомі точно, то компенсуючі сигнали W_{kx}, W_{ky}, W_{kz} для акселерометрів курсовертикалі розраховуються за формулами, що впливають з проектування векторних добутоків другого і третього доданків (4) на вісі об'єкта $Oxuz$:

$$\begin{aligned} W_{kx} &= \varepsilon_y \rho_z - \varepsilon_z \rho_y + \\ &+ \omega_x (\omega_x \rho_x + \omega_y \rho_y + \omega_z \rho_z) - \omega^2 \rho_x; \\ W_{ky} &= \varepsilon_z \rho_x - \varepsilon_x \rho_z + \\ &+ \omega_y (\omega_x \rho_x + \omega_y \rho_y + \omega_z \rho_z) - \omega^2 \rho_y; \\ W_{kz} &= \varepsilon_x \rho_y - \varepsilon_y \rho_x + \\ &+ \omega_z (\omega_x \rho_x + \omega_y \rho_y + \omega_z \rho_z) - \omega^2 \rho_z, \end{aligned} \quad (5)$$

де $\omega = |\omega|$.

Необхідні для розрахунку проекції $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$ абсолютного кутового прискорення визначаються числовим диференціюванням проекцій абсолютної кутової швидкості обертання об'єкта, $\varepsilon_i = \frac{d\omega_i}{dt}$, де $i = x, y, z$. Для цього використовується диференціювання зі згладжен-

ням, яке можна описати передавальною функцією

$$W_d(s) = \frac{\varepsilon_i(s)}{\omega_i(s)} = \frac{s}{T_d s + 1}, \quad (6)$$

де T_d – стала часу диференціюючого фільтра, s – змінна Лапласа.

Оцінювання точності компенсації похибок курсовертикалі при хитавиці

При практичному використанні виразів (5) матимуть місце похибки W_{kx}, W_{ky}, W_{kz} обчислення компенсуючих сигналів, викликані неточністю вимірювання проекцій векторів ω, ε і ρ . Своєю чергою ці похибки призведуть до похибок курсовертикалі у визначенні кутів орієнтації.

Рівняння похибок курсовертикалі залежить від алгоритму, який використовується для визначення кутів орієнтації. Алгоритми роботи курсовертикалей, побудованих на мікромеханічних датчиках, подібні до алгоритмів звичайних гіровертикалей та гіромагнітних компасів з різними типами корекції гіроскопів від індикаторів горизонту (акселерометрів) – пропорційною, пропорційно-інтегральною, постійною, змішаною [2, 4]. Також використовуються алгоритми на основі фільтра Калмана [5, 6].

Розглянемо курсовертикаль з пропорційно-інтегральною корекцією гіроскопів. Як показано у праці [6], за використання фільтра Калмана у контурі корекції курсовертикалі рівняння для похибок орієнтації має структуру, аналогічну до похибок курсовертикалі з пропорційно-інтегральною корекцією. Для дослідження похибок розглянемо один канал роботи курсовертикалі – у визначенні кута тангажу. Для малих кутів нахилу лінеаризоване рівняння для похибки $\Delta\theta$ визначення кута тангажу має вигляд [6]

$$\Delta\ddot{\theta} + k_n \Delta\dot{\theta} + k_i \Delta\theta = \Delta\dot{\omega}_x + k_n \frac{\Delta\dot{a}_y}{g} + k_i \frac{\Delta a_y}{g}, \quad (7)$$

де $\Delta\omega_x$ – похибка ДКШ у вимірювання кутової швидкості об'єкта навколо бічної вісі Ox ; Δa_y – похибка акселерометра (як вимірювача кута нахилу) з віссю чутливості, паралельною повздовжній осі об'єкта Oy ; k_n, k_i – коефіцієнти передачі контуру корекції для пропорційної та інтегральної складових коригувального сигналу.

Серед складових похибок ДКШ $\Delta\omega_x$ і акселерометра Δa_y врахуємо зміщення їх нульових сигналів $\Delta\omega_0$, Δa_0 і шуми вимірювання $\Delta\omega_{ш}$, $\Delta a_{ш}$. До похибки акселерометра додамо також неточність $W_{кy}$ компенсації прискорення $\Delta\alpha_{пр}$ (4) за допомогою компенсуючих сигналів (5) у проекції на повздовжню вісь об'єкта Oy . В результаті отримаємо

$$\Delta\omega_x = \Delta\omega_0 + \Delta\omega_{ш};$$

$$\Delta a_y = W_{ly} + \Delta W_{кy} + \Delta a_0 + \Delta a_{ш}. \quad (8)$$

Похибку $W_{кy}$ визначимо як різницю між "приладним" $W_{прилky}$ та істинним $W_{кy}$ значеннями прискорення (5). При цьому врахуємо, що виміряні значення $\omega_{прили}$, $\varepsilon_{прили}$, $\rho_{прили}$ величин, що входять до виразів (5), визначаються з похибками:

$$\begin{aligned} \omega_{прили} &= \omega_i + \Delta\omega_i; \varepsilon_{прили} = \\ &= \varepsilon_i + \Delta\varepsilon_i; \rho_{прили} = \rho_i + \Delta\rho_i, \end{aligned}$$

де $i = x, y, z$. В результаті "приладне" прискорення обчислюється за формулою

$$\begin{aligned} W_{прилky} &= \varepsilon_{прилz} \rho_{прилx} - \varepsilon_{прилx} \rho_{прилz} + \\ &+ \omega_{прилу} (\omega_{прилx} \rho_{прилx} + \omega_{прилу} \rho_{прилу} + \\ &+ \omega_{прилz} \rho_{прилz}) - \omega_{прилу}^2 \rho_{прилу}. \end{aligned}$$

Вважаючи похибки вимірювання $\Delta\omega_i$, $\Delta\varepsilon_i$, $\Delta\rho_i$ малими порівняно з вимірюваними величинами, запишемо ліанеризоване значення похибки компенсації прискорення $\Delta W_{кy} = W_{прилky} - W_{кy}$:

$$\begin{aligned} \Delta W_{кy} &= -\rho_z \Delta\varepsilon_x + \rho_x \Delta\varepsilon_z + (\varepsilon_z + \omega_x \omega_y) \Delta\rho_x + \\ &+ (\omega_y^2 + \omega_z^2) \Delta\rho_y + (-\varepsilon_x + \omega_y \omega_z) \Delta\rho_z + \\ &+ (\omega_y \rho_x - 2\omega_x \rho_y) \Delta\omega_x + (\omega_x \rho_x + \omega_z \rho_z) \Delta\omega_y + \\ &+ (\omega_y \rho_z - 2\omega_z \rho_y) \Delta\omega_z. \quad (9) \end{aligned}$$

Дослідимо вплив похибок вимірювання $\Delta\rho_i$, $\Delta\omega_i$, $\Delta\varepsilon_i$ на точність компенсації прискорення $\Delta W_{кy}$ та, відповідно, на точність визначення кута тангажу при гармонічній хитавиці об'єкта:

$$\theta(t) = \theta_m \sin \omega_x t, \quad \omega(t) = \dot{\theta}(t), \quad \varepsilon(t) = \ddot{\theta}(t), \quad (10)$$

де θ_m — амплітуда, ω_x — частота хитавиці. При цьому розглянемо найгірший випадок,

коли хитавиця навколо трьох осей є синхронною та синфазною, що призводить до виникнення сталої складової у добутках виду $\omega_i \omega_j$ у виразі (9).

Похибки визначення координат $\Delta\rho_i$ встановлення курсовертикалі відносно центра хитавиці судна є сталими величинами. При гармонічній хитавиці (10) коефіцієнти при $\Delta\rho_i$ вигляду ε_j та $\omega_i \omega_j$ у виразі (9) є періодичними функціями з частотами ω_x та $2\omega_x$. Також наявна стала складова $\langle \omega_i \omega_j \rangle$ у добутках вигляду $\omega_i \omega_j$, $\langle \omega_i \omega_j \rangle = 0,5 \omega_{im} \omega_{jm} = 0,5 \theta_m^2 \omega_x^2$ за умови однакових амплітуд ω_{im}, ω_{jm} і частот хитавиці. Тоді при похибці визначення однієї з координат $\Delta\rho$ у виразі (9) з'явиться стала складова похибки компенсації прискорення $\langle \Delta W_{кy} \rangle = 0,5 \theta_m^2 \omega_x^2 \Delta\rho$. Ця похибка з урахуванням виразів (8), (7) призведе до сталої похибки $\Delta\theta_{\Delta\rho}$ визначення кута тангажу в сталому режимі:

$$\Delta\theta_{\Delta\rho} = g^{-1} \langle \Delta W_{кy} \rangle = 0,5 g^{-1} \theta_m^2 \omega_x^2 \Delta\rho. \quad (11)$$

Складові похибки компенсації прискорення (9) вигляду $\varepsilon_i \Delta\rho_j$ і $\omega_i \omega_j \Delta\rho_k$ при гармонічній хитавиці (10) мають гармонічні складові з частотами ω_k і $2\omega_k$, та амплітудами $\theta_m \omega_x^2 \Delta\rho$ і $0,5 \theta_m^2 \omega_x^2 \Delta\rho$ відповідно. Знехтуємо складовою $\omega_i \omega_j \Delta\rho_k$ порівняно з $\varepsilon_i \Delta\rho_j$, оскільки вона має меншу амплітуду (при $\theta_m < 1$) і більшу частоту, тому сильніше послаблюється контуром корекції курсовертикалі, що має властивості низько-частотного фільтра.

Підставляючи $\Delta W_{кy} = \varepsilon_i \Delta\rho_j = -\theta_m \omega_x^2 \Delta\rho \sin \omega_x t$ у вирази (7), (8), отримаємо амплітуду $\Delta\theta_{\Delta\rho m}$ похибки визначення кута тангажу

$$\Delta\theta_{\Delta\rho t} = \frac{\sqrt{k_n^2 \omega_x^2 + k_i^2}}{g \sqrt{\omega_x^4 + (k_n^2 - 2k_i) \omega_x^2 + k_i^2}} \theta_m \omega_x^2 \Delta\rho. \quad (12)$$

Розглянемо вплив постійного зміщення нуля $\Delta\omega_0$ ДКШ. Підставляючи $\Delta\omega_i = \Delta\omega_{i0}$ у вираз (9), бачимо, що зміщення нуля ДКШ призводить до складових похибки компенсації прискорення вигляду

$$\Delta W_{кy} = \omega_j \rho_k \Delta\omega_{i0},$$

де $\rho_k, \Delta\omega_{i0}$ – константи, а кутова швидкість хитавиці ω_j змінюється за гармонічним законом (10), $\omega_j = \theta_m \omega_x \cos \omega_x t$. Підставляючи $\Delta W_{ky} = \rho \Delta\omega_0 \theta_m \omega_x \cos \omega_x t$ у вирази (7), (8), отримуємо амплітуду $\Delta\theta_{\Delta\omega 0m}$ похибки визначення кута тангажу

$$\Delta\theta_{\Delta\omega 0m} = \frac{\sqrt{k_n^2 \omega_x^2 + k_i^2}}{g \sqrt{\omega_x^4 + (k_n^2 - 2k_i) \omega_x^2 + k_i^2}} \theta_m \rho \omega_x \Delta\omega_0. \quad (13)$$

Шум вимірювання $\Delta\omega_{ш}$ ДКШ вважати- мемо стаціонарним випадковим процесом типу білого шуму з інтенсивністю N . Такий шум призводить до випадкової похибки визначення кута тангажу [6] з дисперсією

$$D_{\Delta\omega 1} = 0,5 k_n^{-1} N. \quad (14)$$

Також шум вимірювання $\Delta\omega_{ш}$ ДКШ приз- водить до похибки $\Delta\epsilon$ визначення абсолютного кутового прискорення ϵ , яке обчислюється числовим диференціюванням вимірюваної ДКШ абсолютної кутової швидкості об'єкта. Своєю чергою похибка $\Delta\epsilon$ призводить до по- хибки компенсації прискорення (9) вигляду $\Delta W_{ky} = \rho \Delta\epsilon$, а через рівняння (7), (8) викли- кає похибку $\Delta\theta$ визначення кута тангажу.

Відповідно до диференційного рівняння (7) передавальна функція для похибки тангажу по прискоренню має вигляд

$$W_{\Delta a_y}(s) = \frac{\Delta\theta(s)}{\Delta a_y(s)} = g^{-1} \frac{k_n s + k_i}{s^2 + k_n s + k_i}.$$

З урахуванням співвідношень (8), (9) $\Delta a_y = \Delta W_{ky} = \rho \Delta\epsilon$. Тоді передавальна функція для похибки тангажу, викликаній похибкою $\Delta\epsilon$ визначення абсолютного кутового прискорен- ня, матиме вигляд

$$W_{\Delta\epsilon}(s) = \frac{\Delta\theta(s)}{\Delta\epsilon(s)} = \frac{\Delta\theta(s)}{\Delta a_y(s)/\rho} = \rho \cdot g^{-1} \frac{k_n s + k_i}{(s^2 + k_n s + k_i)}. \quad (15)$$

Відповідно до виразу (6) маємо $\Delta\epsilon(s) = W_{\Delta}(s) \Delta\omega_{ш}(s)$. В результаті повна передаваль- на функція для похибки тангажу по шуму ви- мірювання ДКШ матиме вигляд

$$W_{\Delta\omega}(s) = \frac{\Delta\theta(s)}{\Delta\omega_{ш}(s)} = W_{\Delta\epsilon}(s) \cdot W_{\Delta}(s) = \rho \cdot g^{-1} \frac{k_n s^2 + k_i s}{(s^2 + k_n s + k_i)(T_d s + 1)}. \quad (16)$$

Вважаючи шум вимірювання $\Delta\omega_{ш}$ ДКШ стаціонарним випадковим процесом типу біло- го шуму з інтенсивністю N , визначимо диспер- сію випадкової похибки визначення кута тан- гажу $\Delta\theta$ відповідно до передавальної функції (16), яка пов'язує ці змінні [7]:

$$D_{\Delta\omega 2} = N \frac{\rho^2 (T_d k_i^2 k_n^2 + T_d k_i^3 + k_i k_n^3)}{2g^2 \cdot T_d k_i k_n (T_d^2 k_i + T_d k_n + 1)}. \quad (17)$$

Розглянемо також динамічну похибку $\Delta\epsilon$ визначення абсолютного кутового прискорення ϵ , зумовлену використанням низькочастотного фільтра (6) при диференціюванні сигналу ви- мірювання ДКШ:

$$\Delta\epsilon(s) = \left(\frac{1}{T_d s + 1} - 1 \right) \epsilon(s) = - \frac{T_d s}{T_d s + 1} \epsilon(s),$$

звідки амплітуда похибки $\Delta\epsilon$ при гармонічній зміні кутового прискорення з амплітудою ϵ_m і частотою ω_x визначатиметься як

$$\Delta\epsilon_m = \frac{T_d \omega_x}{\sqrt{T_d^2 \omega_x^2 + 1}} \epsilon_m = \frac{T_d \omega_x}{\sqrt{T_d^2 \omega_x^2 + 1}} \theta_m \omega_x^2. \quad (18)$$

Відповідно до передавальної функції (15) і співвідношення (18), амплітуда похибки танга- жу, викликаній використанням фільтра зі ста- лою часу T_d , становитиме

$$\Delta\theta_{T_{dm}} = \rho \cdot g^{-1} \cdot \frac{\sqrt{k_n^2 \omega_x^2 + k_i^2}}{\sqrt{k_i^2 + \omega_x^4 + k_n^2 \omega_x^2 - k_i \omega_x^2}} \times \frac{T_d \omega_x}{\sqrt{T_d^2 \omega_x^2 + 1}} \cdot \theta_m \omega_x^2. \quad (19)$$

Таким чином, отримано вирази (11)–(14), (17), (19) для оцінювання складових похибки визначення кута тангажу курсовертикалі при компенсації впливу хитавиці об'єкта. Вирази (12), (13), (17), (19) можна спростити, якщо накласти очевидні обмеження на параметри k_n, k_i контуру корекції курсовертикалі.

Введемо співвідношення

$$k_n = 2\xi\sqrt{k_i},$$

де ξ – відносний коефіцієнт затування. При $0 < \xi < 1$ корені характеристичного рівняння для (7) є комплексно-спряженими, а при $\xi \geq 1$ – дійсними від'ємними. У подальших викладках покладати-мемо, що коефіцієнт ξ має порядок одиниці.

Для ефективного зменшення впливу гармонічних збурень у правій частині рівняння (7) похибку $\Delta\theta$ кута тангажу необхідно параметри корекції k_n, k_i вибрати такими, щоб [7]

$$k_n \ll \omega_{X \min}; \quad k_i \ll \omega_{X \min}^2, \quad (21)$$

де $\omega_{X \min}$ – мінімальна частота гармонічних збурень (хитавиці).

Стала часу T_d у передавальній функції (6) диференціюючого фільтра має бути такою, щоб пропускати корисний сигнал (вимірювану ДКШ кутову швидкість хитавиці) без спотворення. Тому накладемо обмеження

$$T_d \ll \omega_{X \max}^{-1}, \quad (22)$$

де $\omega_{X \max}$ – максимальна частота хитавиці. З іншого боку, враховуючи співвідношення (21), маємо

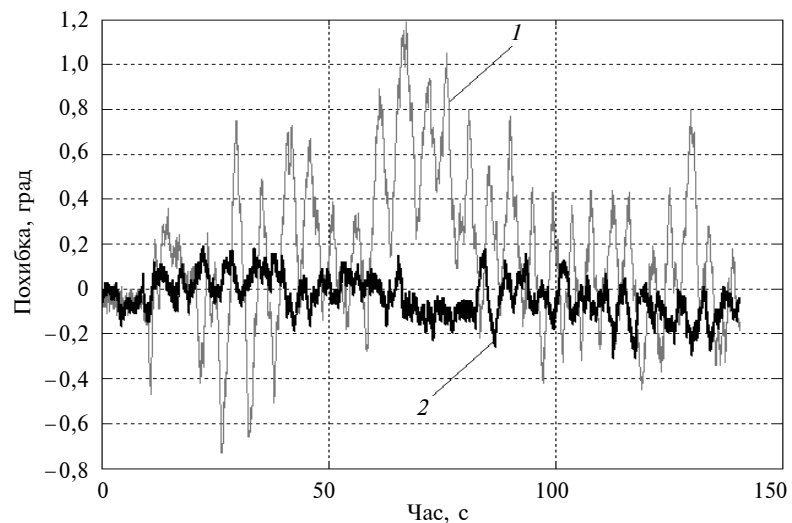
$$k_n \ll T_d^{-1}. \quad (23)$$

З урахуванням співвідношень (20) при $\xi \sim 1$, (21), (23) вирази для похибок (12), (13), (17) спрощуються:

$$\begin{aligned} \Delta\theta_{\Delta\rho m} &= k_n g^{-1} \theta_m \omega_X \Delta\rho; \\ \Delta\theta_{\Delta\omega_0 m} &= k_n g^{-1} \theta_m \rho \Delta\omega_0; \\ D_{\Delta\omega_2} &= 0,5 k_n^2 T_d^{-1} N g^{-2} \rho^2; \\ \Delta\theta_{T_{dm}} &= k_n g^{-1} T_d \theta_m \omega_X^2 \rho. \end{aligned} \quad (24)$$

Результати експериментальних досліджень

Для перевірки ефективності алгоритму було виконано низку тестів з курсовертикаллю АНRS-2G фірми Inertial Labs [8]. Для дослідження впливу хитавиці та перевірки алгоритмів



Похибки курсовертикалі при хитавиці по крену: 1 – без алгоритму компенсації, 2 – з компенсацією похибки

компенсації курсовертикаль було встановлено на вертикальну штангу довжиною 3 м. Дійсні кути відхилення курсовертикалі вимірювались оптичним датчиком кута. Параметри хитавиці: середня амплітуда $\theta_T = 11^\circ$, період 5 с (частота $\omega_X = 1,3 \text{ c}^{-1}$). На рисунку наведено результат одного з тестів з хитавицею по куту крену. Похибку курсовертикалі знайдено як різницю між креном, визначеним курсовертикаллю, та показами датчика кута.

На рисунку крива 1 показує дійсну похибку курсовертикалі при хитавиці. Крива 2 показує результати моделювання роботи курсовертикалі за запропонованим алгоритмом компенсації похибок. Результати тесту показують істотне зменшення похибки курсовертикалі за використання запропонованого алгоритму – з $1,2^\circ$ до $0,3^\circ$ (максимальна похибка), середньоквадратичне відхилення похибки зменшилось з $0,32^\circ$ до $0,08^\circ$.

Оцінимо похибки курсовертикалі у цьому тесті за формулами (14), (24). При $\theta_m = 11^\circ$; $\omega_X = 1,3 \text{ c}^{-1}$ та параметрах контуру корекції курсовертикалі $k_n = 0,6 \text{ c}^{-1}$; $T_d = 0,04$ с отримаємо $\sqrt{D_{\Delta\omega_1}} = 0,023^\circ$; $\sqrt{D_{\Delta\omega_2}} = 0,015^\circ$; $\Delta\theta_{T_{dm}} = 0,13^\circ$. Інші складові похибки відсутні, якщо прийняти зміщення нуля ДКШ $\Delta\omega_0 = 0$ і точне вимірювання радіус-вектора ρ . Вважаючи шумові похибки за випадкові процеси з нормальним розподілом, визначимо максимальні значення цих похибок як $2,5\sqrt{D_{\Delta\omega_i}}$ з вірогід-

ністю 99,3 %: $\Delta\theta_{\Delta\omega 1m} = 2,5\sqrt{D_{\Delta\omega 1}} = 0,06^\circ$;
 $\Delta\theta_{\Delta\omega 2m} = 2,5\sqrt{D_{\Delta\omega 2}} = 0,04^\circ$. Отримані оцінки похибок досить точно збігаються з результатами тесту, наведеними на рисунку (крива 2), де гармонічна складова похибки має амплітуду приблизно $0,1^\circ$, а шумова складова становить $\pm 0,05^\circ$.

Висновки

У статті досліджено вплив хитавиці на визначення кутів орієнтації об'єкта просторовою системою орієнтації – безплатформенною курсовертикаллю при її встановленні на суднах або інших об'єктах на відомій відстані від центра хитавиці. Розроблено алгоритм компенсації похибок курсовертикалі, викликаних прискореннями при хитавиці об'єкта, в автономному режимі роботи, тобто за використання лише власних датчиків курсовертикалі – акселерометрів і датчиків кутової швидкості.

Досліджено точність, з якою такі похибки можуть бути компенсовані. При цьому розглянуто варіант пропорційно-інтегральної корекції датчиків кутової швидкості курсовертикалі за сигналами акселерометрів. Отримано формули, які дають можливість оцінити залишкову похибку курсовертикалі із запропонованим алгоритмом залежно від характеристик датчиків курсовертикалі, параметрів її контуру корекції, параметрів хитавиці, точності визначення положення курсовертикалі відносно центра хитавиці.

Наведено результати експериментальних досліджень, які підтверджують істотне зменшення похибки курсовертикалі при хитавиці (у 4 рази) за умови використання запропонованого алгоритму. Отримані оцінки похибок досить точно збігаються з результатами експерименту.

Напрямом подальших досліджень є оптимізація параметрів контуру корекції курсовертикалі з компенсацією похибок при хитавиці з метою мінімізації цих похибок.

1. *Смирнов Е.Л., Яловенко А.В., Якушенков А.А.* Технические средства судовождения. – М.: Транспорт, 1988. – 376 с.
2. *Одинцов А.А.* Теория и расчет гироскопических приборов. – К.: Вища школа, 1985. – 392 с.
3. *Анучин О.Н., Емельянец Г.И.* Интегрированные системы ориентации и навигации для морских подвижных объектов. – СПб: ГИЦ РФ – ЦНИИ “Электроприбор”, 2001. – 390 с.
4. *R. Strasser et al.*, “A Very Small Low Cost Inertial Measurement Unit (IMU) for Robotic Application”, Symposium Gyro Technology 2003, Stuttgart, Germany, 16–17 September, 2003, pp. 18.1–18.9.
5. *J.L. Marins et al.*, “An Extended Kalman Filter for Quaternion-Based Orientation Estimation Using MARG Sensors”, in Proc. of the IEEE/RSJ Int. Conf. on Intelligent Robots and Systems, Maui, Hawaii, USA, Oct. 29–Nov. 03, 2001, pp. 2003–2011.
6. *Цисарж В.В., Нестеренко О.И., Сергиенко Н.Ю.* Исследование динамики инерциальной системы ориентации с наблюдающим устройством в контуре коррекции // 36. доп. VI Міжнар. наук.-техн. конф. “Гіро-технології, навігація, керування рухом та конструювання авіаційно-космічної техніки”, 26–27 квітня 2007, Київ. Ч. 1. – К.: НТУУ “КПІ”, 2007. – С. 311–319.
7. *Бесекерский В.А., Попов Е.П.* Теория систем автоматического регулирования. – М.: Наука, 1975. – 768 с.
8. *AHRS-2G – Attitude and Heading Reference System* [Online]. Available: http://www.inertiallabs.com/ahrs_2g.html

Рекомендована Радою
 приладобудівного факультету
 НТУУ “КПІ”

Надійшла до редакції
 14 лютого 2013 року